ĐỀ 03

Câu 1: Trên khoảng từ $(1;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\ln(x-1)$ là

A. $\frac{1}{x-1}$. **B.** $x-1$. **C.** $\frac{1}{\ln x}$. **D.** $\frac{e}{\ln(x-1)}$.

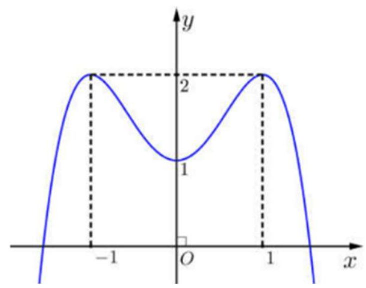
Câu 2: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=-3i$ có tọa độ là

A. $(1;-3)$. **B.** $(-3;1)$. **C.** $(-3;0)$. **D.** $(0;-3)$.

Câu 3: Với a,b là các số thực dương bất kỳ, $\log_2\frac{a}{b^2}$ bằng

A. $\frac{1}{2}\log_2\frac{a}{b}$. **B.** $\log_2 a-2\log_2 b$. **C.** $2\log_2\frac{a}{b}$. **D.** $\log_2 a-\log_2(2b)$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên dưới. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=9;\int_2^4 f(x)\mathrm{d}x=4$. Khi đó $\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $I=5$. **B.** $I=\frac{9}{4}$. **C.** $I=36$. **D.** $I=13$.

Câu 6: Biết tập nghiệm của bất phương trình $3^x<4-3^{1-x}$ là $(a;b)$. Giá trị $a+b$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 7: Cho hàm số $\int(1+\sin x)dx=F(x)+C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x)=1+\sin x$. **B.** $F'(x)=x-\cos x$. **C.** $F'(x)=x+\cos x$. **D.** $F'(x)=-\cos x$.

Câu 8: Cho hàm số $f(x)=e^{1-2023x}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)dx=e^{1-2023x}+C$. **B.** $\int f(x)dx=-2023e^{1-2023x}+C$.

C. $\int f(x)dx=-\frac{e^{1-2023x}}{2023}+C$. **D.** $\int f(x)dx=\frac{e^{1-2023x}}{2023}+C$.

Câu 9: Cho hình nón có đường kính đáy bằng 6, độ dài đường sinh bằng 5. Diện tích xung quanh hình nón đã cho bằng

A. 20. **B.** 30π. **C.** 15π. **D.** 40.

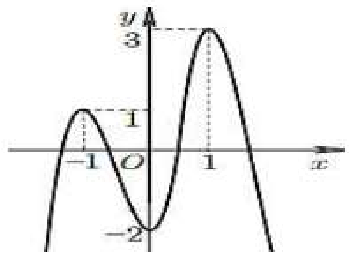
Câu 10: Cho khối chóp $S.ABC$ có SA,AB,AC đôi một vuông góc. Biết $SA=3a;AB=a;AC=2a$. Thể tích V khối chóp đã cho bằng

A. $V = 6a^3$. **B.** $V = 2a^3$. **C.** $V = 4a^3$. **D.** $V = a^3$.

Câu 11: Phần thực của số phức $z = -4 - i$ là

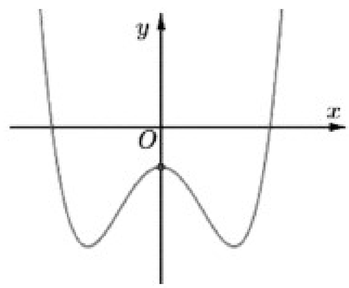
A. -4. **B.** -1. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 12: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là.



A. 2. **B.** 0 **C.** 3. **D.** -2.

Câu 13: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c \ (a \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ:



Mệnh đề nào đúng?

A. $a > 0; b < 0; c > 0$. **B.** $a < 0; b > 0; c < 0$. **C.** $a > 0; b < 0; c < 0$. **D.** $a > 0; b > 0; c < 0$.

Câu 14: Một đội văn nghệ có 5 bạn nam và 3 bạn nữ. Có bao nhiêu cách chọn 2 bạn gồm 1 bạn nam và 1 bạn nữ để thể hiện một tiết mục hát song ca ?

A. $C_5^1.C_3^1$. **B.** A_8^2. **C.** C_8^2. **D.** $C_5^1 + C_3^1$.

Câu 15: Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $\left|z + 2 - 3i\right| = 4$ là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó có tọa độ là

A. $(-2;3)$. **B.** $(3;-2)$. **C.** $(2;-3)$. **D.** $(3;2)$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 1 = 0$. Điểm nào sau đây thuộc mặt cầu (S) ?

A. $C(-2;1;0)$. **B.** $B(2;-1;0)$. **C.** $A(0;0;1)$. **D.** $D(-4;2;0)$.

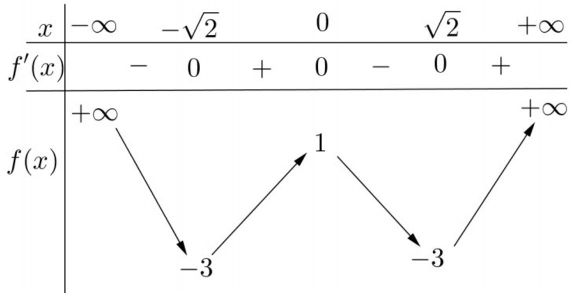
Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa trục Oy và mặt phẳng (Oxz) bằng

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $120°$.

Câu 18: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(2x-5)^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-3;1)$.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x = 0$. **B.** $x = \sqrt{2}$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = -3$.

Câu 20: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-2) \le 1$ là

A. $\left[\frac{5}{2}; +\infty\right)$. **B.** $\left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$. **C.** $(-\infty; \log_2 5)$. **D.** $\left(-\infty; \frac{5}{2}\right)$.

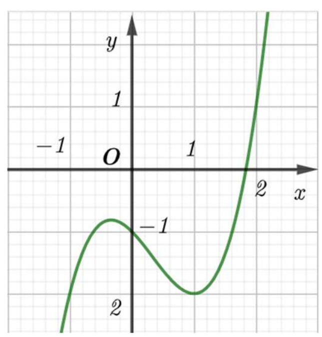
Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $AB = BC = a$, $AD = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD bằng

A. $a\sqrt{6}$. **B.** $2a$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $a\sqrt{5}$.

Câu 22: Khối lập phương có độ dài đường chéo là $3\sqrt{3}$. Thể tích của khối lập phương đã cho là

A. 27. **B.** $27\sqrt{3}$. **C.** 9. **D.** 81.

Câu 23: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và đường thẳng $y = 1$ là



A. $(1;2)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(2;1)$.

Câu 24: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} > 3$ là

A. $[-2;+\infty)$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-\infty;-2]$.

Câu 25: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^e$ là

A. $\frac{x^{e+1}}{e+1}$. **B.** ex^{e-1}. **C.** x^{e-1}. **D.** x^e.

Câu 26: Nếu $\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 2$ thì $I = \int_{-1}^{2} [x + 2f(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. $I=\dfrac{7}{2}$. **B.** $I=\dfrac{5}{2}$. **C.** $I=\dfrac{17}{2}$. **D.** $I=\dfrac{11}{2}$.

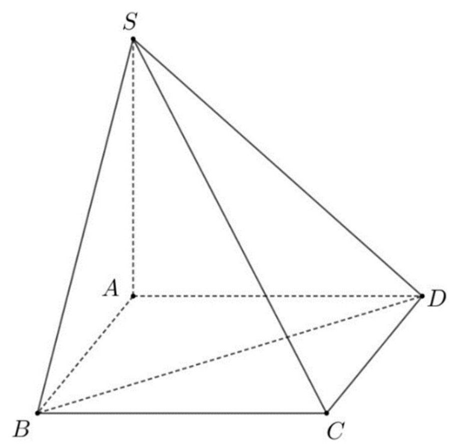
Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x+3}{4}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-1}{2}$ có một vectơ chỉ phương có tọa độ là

A. $(-3;2;1)$. **B.** $(3;-2;-1)$. **C.** $(4;3;2)$. **D.** $(4;3;-2)$.

Câu 28: Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=x^2-4x+3$ và $y=0$ quanh trục Ox bằng

A. $\dfrac{16}{15}$. **B.** $\dfrac{16\pi}{15}$. **C.** $\dfrac{31\pi}{30}$. **D.** $\dfrac{31}{30}$.

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy và $SA=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$ (tham khảo hình vẽ). Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng



A. $30°$. **B.** $90°$. **C.** $60°$. **D.** $45°$.

Câu 30: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=-3, u_6=27$. Công sai d của cấp số cộng đó bằng

A. 7. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 8.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}-\dfrac{z}{2}=1$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n}=(1;1;-1)$. **B.** $\vec{n}=(2;3;-2)$. **C.** $\vec{n}=(2;3;2)$. **D.** $\vec{n}=(3;2;-3)$.

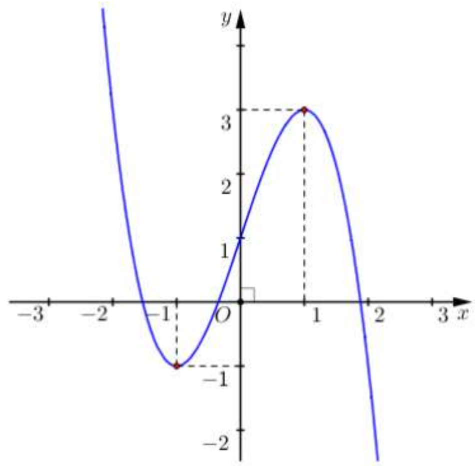
Câu 32: Một nhóm gồm 2 người đàn ông, 3 người phụ nữ và 4 trẻ em. Chọn ngẫu nhiên 4 người từ nhóm đó. Xác suất để 4 người được chọn có cả đàn ông, phụ nữ và trẻ em bằng

A. $\dfrac{8}{21}$. **B.** $\dfrac{4}{7}$. **C.** $\dfrac{2}{7}$. **D.** $\dfrac{3}{7}$.

Câu 33: Số phức liên hợp của $z=(1+i)^2$ là

A. $1-i$. **B.** $-2i$. **C.** $2i$. **D.** $(1-i)^2$.

Câu 34: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm phân biệt?



A. 5. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(4;-2;1)$ và $N(5;2;3)$. Đường thẳng MN có phương trình là

A. $\begin{cases} x=4-t \\ y=-2-4t \\ z=1+2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=4+t \\ y=-2-4t \\ z=1+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-5+t \\ y=2+4t \\ z=3+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=5+t \\ y=2+4t \\ z=3+2t \end{cases}$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;2;3)$. Điểm đối xứng với A qua trục Oz có tọa độ là

A. $(1;2;-3)$. **B.** $(-1;-2;3)$. **C.** $(0;0;3)$. **D.** $(-1;2;3)$.

Câu 37: Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị $y=\dfrac{-2x-1}{x-2}$?

A. $x=-2$. **B.** $x=2$. **C.** $y=2$. **D.** $y=-2$.

Câu 38: Một mặt phẳng (α) cắt mặt cầu theo một thiết diện là đường tròn có bán kính $r<R$. Gọi d là khoảng cách từ I đến (α). Khẳng định nào sau đây là đúng?.

A. $d=R$. **B.** $d=0$. **C.** $d>R$. **D.** $d<R$.

Câu 39: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-3;1;-3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z}{1}$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oyz). Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (α) bằng

A. $2\sqrt{10}$. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** $\dfrac{8\sqrt{10}}{5}$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{10}}{5}$.

Câu 40: Biết tập nghiệm của bất phương trình $\log_2^2\left(x^2-1\right)-\log_3\left(x^2-1\right)+\log_2\dfrac{2}{3}\log_3 2\le 0$ là $S=[a;b]\cup[c;d]$ với $a<b<c<d$. Giá trị của biểu thức $a+b+c+2d$ bằng

A. $\dfrac{1}{\log_2 3}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $-\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{1}{\log_2 3}+1$.

Câu 41: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn

$$\log_3\left(x^2+4y^2+x\right)+\log_2\left(x^2+4y^2\right)+\frac{x^2-8x+4y^2}{x}\le\log_3 x+\log_2\left(x^2+4y^2+24x\right)$$

A. 24. **B.** 25. **C.** 22. **D.** 48.

Câu 42: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^4-4x^3+(4-m)x+1$ có ba điểm cực trị?

A. 17. **B.** 12. **C.** 15. **D.** 8.

Câu 43: Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2-2(m+1)z+m^2+2=0$ (m tham số). Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $z_1;z_2$ thỏa mãn $|z_1|+|z_2|=8$?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y-z+2=0$ và hai điểm $A(3;4;1), B(7;-4;-3)$. Điểm $M(a;b;c)$ trên (P) sao cho tam giác ABM vuông tại M và có diện tích nhỏ nhất. Khi $a>2$ thì biểu thức $T=a+b-c$ có giá trị bằng

A. $T=-1$. **B.** $T=-2$. **C.** $T=0$. **D.** $T=3$.

Câu 45: Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn $\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x=F(4)-G(0)+2m$, với $m>0$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=F(x)$, $y=G(x)$; $x=0$ và $x=4$. Khi $S=8$ thì m bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 46: Trong các số phức z thoả mãn điều kiện $|z-2-5i|=|z-3i|$, biết rằng $z=x+yi, (x,y\in\mathbb{R})$ có mô đun nhỏ nhất. Tính $P=x^2+y^2$.

A. $P=\dfrac{4}{5}$. **B.** $P=5$. **C.** $P=\dfrac{25}{4}$ **D.** $P=\dfrac{25}{2}$.

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng $60°$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{6}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\dfrac{7a^3\sqrt{42}}{3}$. **B.** $\dfrac{7a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{42}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)=\left|-\dfrac{1}{3}x^3+\dfrac{1}{2}(2m+3)x^2-(m^2+3m)x+\dfrac{2}{3}\right|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-20;23]$ để hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$?

A. 3. **B.** 16. **C.** 2. **D.** 19.

Câu 49: Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O'). Một mặt phẳng song song với trục và cách trục của hình trụ một khoảng bằng $\dfrac{10a}{3}$, cắt hình trụ theo thiết diện là một hình vuông $ABCD, A\in(O')$. Biết góc giữa OA và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 30^0. Thể tích khối trụ đã cho bằng

A. $\frac{1360\sqrt{15}a^3}{54}\pi$. **B.** $\frac{640\sqrt{15}a^3}{54}\pi$. **C.** $\frac{1360\sqrt{15}a^3}{27}\pi$ **D.** $\frac{640\sqrt{15}a^3}{27}\pi$.

Câu 50: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f'\left(x\right)-f\left(x\right)=-8+16x-4x^2$ và $f\left(0\right)=0$. Thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ và trục Ox quay quanh Ox bằng.

A. $\frac{16}{3}\pi$. **B.** $\frac{256}{15}$. **C.** $\frac{16}{3}$. **D.** $\frac{256}{15}\pi$.

---------- HẾT ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.D	3.B	4.B	5.D	6.B	7.A	8.C	9.C	10.D
11.A	12.D	13.C	14.A	15.A	16.C	17.C	18.A	19.A	20.A
21.C	22.A	23.D	24.C	25.B	26.D	27.C	28.B	29.C	30.B
31.D	32.B	33.B	34.B	35.D	36.B	37.D	38.D	39.B	40.B
41.A	42.C	43.C	44.B	45.A	46.D	47.A	48.C	49.D	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trên khoảng từ $(1;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\ln(x-1)$ là

A. $\frac{1}{x-1}$. **B.** $x-1$. **C.** $\frac{1}{\ln x}$. **D.** $\frac{e}{\ln(x-1)}$.

Lời giải

Ta có $y=\ln(x-1)\Rightarrow y'=\frac{(x-1)'}{x-1}=\frac{1}{x-1}$.

Câu 2: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=-3i$ có tọa độ là

A. $(1;-3)$. **B.** $(-3;1)$. **C.** $(-3;0)$. **D.** $(0;-3)$.

Lời giải

Điểm biểu diễn số phức $z=-3i$ là $(0;-3)$

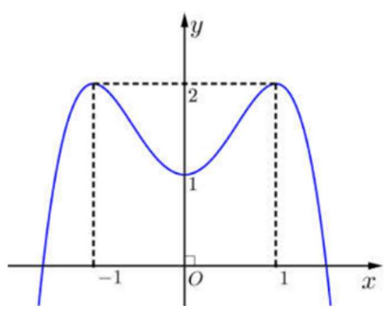
Câu 3: Với a,b là các số thực dương bất kỳ, $\log_2\frac{a}{b^2}$ bằng

A. $\frac{1}{2}\log_2\frac{a}{b}$. **B.** $\log_2 a-2\log_2 b$. **C.** $2\log_2\frac{a}{b}$. **D.** $\log_2 a-\log_2(2b)$.

Lời giải

Ta có $\log_2\frac{a}{b^2}=\log_2 a-\log_2 b^2=\log_2 a-2\log_2 b$, với a,b là số thực dương bất kỳ.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên dưới. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 5: Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=9;\int\limits_2^4 f\left(x\right)\mathrm{d}x=4$. Khi đó $\int\limits_0^4 f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. $I=5$. **B.** $I=\frac{9}{4}$. **C.** $I=36$. **D.** $I=13$.

Lời giải

Có $\int\limits_0^4 f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_2^4 f\left(x\right)\mathrm{d}x=9+4=13$.

Câu 6: Biết tập nghiệm của bất phương trình $3^x<4-3^{1-x}$ là $\left(a;b\right)$. Giá trị $a+b$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

$3^x<4-3^{1-x}\Leftrightarrow 3^x<4-\frac{3}{3^x}\Leftrightarrow 3^{2x}-4.3^x+3<0\Leftrightarrow 1<3^x<3\Leftrightarrow 0<x<1$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $\left(0;1\right)$ do đó $a=0,b=1$.

Giá trị $a+b=1$.

Câu 7: Cho hàm số $\int\left(1+\sin x\right)dx=F\left(x\right)+C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'\left(x\right)=1+\sin x$. **B.** $F'\left(x\right)=x-\cos x$. **C.** $F'\left(x\right)=x+\cos x$. **D.** $F'\left(x\right)=-\cos x$.

Lời giải

Áp dụng công thức $\int F'\left(x\right)dx=F\left(x\right)+C$ suy ra $F'\left(x\right)=1+\sin x$.

Câu 8: Cho hàm số $f\left(x\right)=e^{1-2023x}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f\left(x\right)dx=e^{1-2023x}+C$. **B.** $\int f\left(x\right)dx=-2023e^{1-2023x}+C$.

C. $\int f\left(x\right)dx=-\frac{e^{1-2023x}}{2023}+C$. **D.** $\int f\left(x\right)dx=\frac{e^{1-2023x}}{2023}+C$.

Lời giải

Áp dụng công thức $\int f\left(ax+b\right)dx=\frac{1}{a}F\left(ax+b\right)+C$ suy ra $\int e^{1-2023x}\,dx=-\frac{e^{1-2023x}}{2023}+C$.

Câu 9: Cho hình nón có đường kính đáy bằng 6, độ dài đường sinh bằng 5. Diện tích xung quanh hình nón đã cho bằng

A. 20. **B.** 30π. **C.** 15π. **D.** 40.

Lời giải

Ta có $S_{xq}=\pi rl=\pi.\frac{6}{2}.5=15\pi$.

Câu 10: Cho khối chóp $S.ABC$ có SA,AB,AC đôi một vuông góc. Biết $SA=3a;AB=a;AC=2a$. Thể tích V khối chóp đã cho bằng

A. $V=6a^3$. **B.** $V=2a^3$. **C.** $V=4a^3$. **D.** $V=a^3$.

Lời giải

Khối chóp $S.ABC$ có SA, AB, AC đôi một vuông góc nên $V_{S.ABC} = \frac{1}{6} SA.AB.AC$

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{6}.3a.a.2a = a^3$.

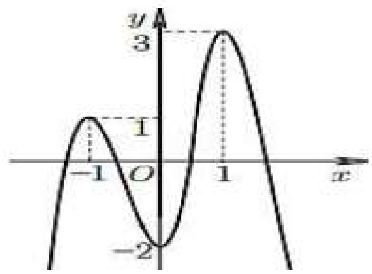
Câu 11: Phần thực của số phức $z = -4 - i$ là

A. -4. **B.** -1. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Số phức $z = a + bi$ có phần thực là a. Vậy số phức $z = -4 - i$ có phần thực là -4

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là.

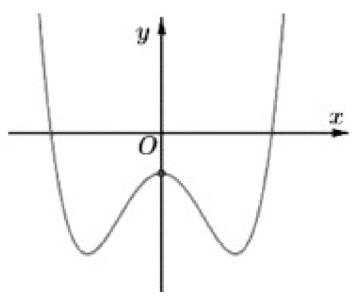


A. 2. **B.** 0 **C.** 3. **D.** -2.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy $y_{CT} = -2$

Câu 13: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ $(a \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ:



Mệnh đề nào đúng?

A. $a > 0; b < 0; c > 0$. **B.** $a < 0; b > 0; c < 0$. **C.** $a > 0; b < 0; c < 0$. **D.** $a > 0; b > 0; c < 0$.

Lời giải

Ta thấy $\lim_{x \to +\infty} y = +\infty$ nên $a > 0$.

Đồ thị có ba điểm cực trị nên $ab < 0 \Rightarrow b < 0$.

Giao điểm của đồ thị với trục tung là $(0; c)$ nằm dưới trục hoành nên $c < 0$.

Câu 14: Một đội văn nghệ có 5 bạn nam và 3 bạn nữ. Có bao nhiêu cách chọn 2 bạn gồm 1 bạn nam và 1 bạn nữ để thể hiện một tiết mục hát song ca ?

A. $C_5^1.C_3^1$. **B.** A_8^2. **C.** C_8^2. **D.** $C_5^1 + C_3^1$.

Lời giải

Ta có : Chọn 1 nữ trong 3 bạn nữ có C_3^1 cách; Chọn 1 nam trong 5 nam có C_5^1 cách

Vậy có $C_5^1.C_3^1$ cách chọn thỏa mãn đề bài.

Câu 15: Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z+2-3i|=4$ là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó có tọa độ là

A. $(-2;3)$. **B.** $(3;-2)$. **C.** $(2;-3)$. **D.** $(3;2)$.

Lời giải

Gọi $z=x+yi$, $x,y\in\mathbb{R}$

$|x+yi+2-3i|=4$

$\Leftrightarrow \sqrt{(x+2)^2+(y-3)^2}=4$

$\Leftrightarrow (x+2)^2+(y-3)^2=16$

Vậy tập hợp các điểm trên mặt phẳng tọa độ biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(-2;3)$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x+2y-1=0$. Điểm nào sau đây thuộc mặt cầu (S) ?

A. $C(-2;1;0)$. **B.** $B(2;-1;0)$. **C.** $A(0;0;1)$. **D.** $D(-4;2;0)$.

Lời giải

Ta thay các đáp án vào thì được tọa độ $A(0;0;1)$ thỏa mãn.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa trục Oy và mặt phẳng (Oxz) bằng

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $120°$.

Lời giải

Vì $Oy\perp(Oxz)$ nên góc giữa Oy và mặt phẳng (Oxz) bằng $90°$.

Câu 18: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(2x-5)^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-3;1)$.

Lời giải

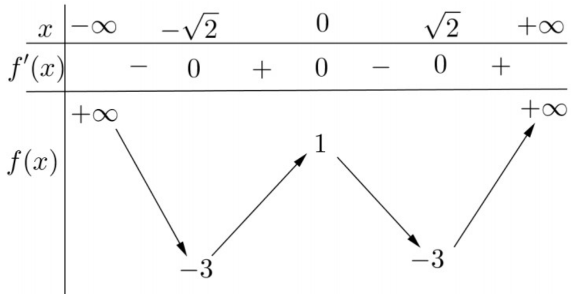
Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=\frac{5}{2} \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu $f'(x)$:

x	$-\infty$		-1		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	+	

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

Câu 19: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x=0$. **B.** $x=\sqrt{2}$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-3$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho đạt cực đại tại $x=0$.

Câu 20: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(x-2\right)\le 1$ là

A. $\left[\frac{5}{2};+\infty\right)$. **B.** $\left(\frac{5}{2};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;\log_2 5\right)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{5}{2}\right)$.

Lời giải

Điều kiện: $x-2>0\Leftrightarrow x>2$.

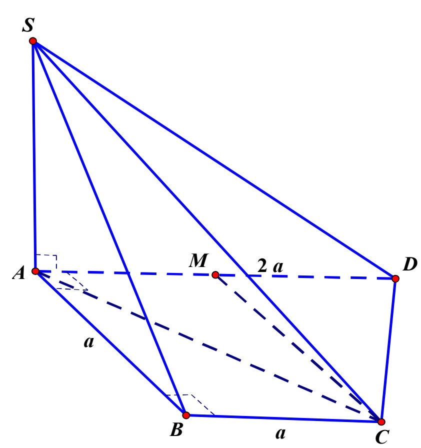
Bất phương trình: $\log_{\frac{1}{2}}\left(x-2\right)\le 1\Leftrightarrow x-2\ge\frac{1}{2}\Leftrightarrow x\ge\frac{5}{2}$.

Kết hợp với điều kiện ta có tập nghiệm $T=\left[\frac{5}{2};+\infty\right)$.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $AB=BC=a$, $AD=2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD bằng

A. $a\sqrt{6}$. **B.** $2a$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $a\sqrt{5}$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm AD, suy ra $ABCM$ là hình vuông cạnh a.

Xét tam giác ACM có CM là trung tuyến và $CM=\frac{1}{2}AD \Rightarrow \widehat{ACM}=90^0$.

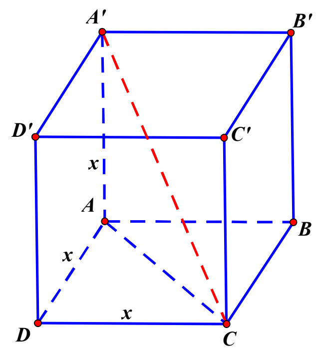
Ta có $\left.\begin{matrix} AC\perp SA \\ AC\perp CD \end{matrix}\right\} \Rightarrow AC$ là đoạn vuông góc chung của SA và CD.

Vậy $d\left(SA,CD\right)=AC=a\sqrt{2}$.

Câu 22: Khối lập phương có độ dài đường chéo là $3\sqrt{3}$. Thể tích của khối lập phương đã cho là

A. 27. **B.** $27\sqrt{3}$. **C.** 9. **D.** 81.

Lời giải

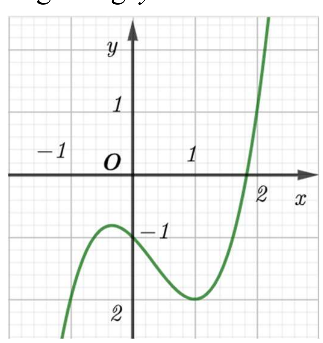


Gọi độ dài cạnh của khối lập phương là x.

Ta có $A'C^2=AA'^2+AD^2+DC^2 \Rightarrow \left(3\sqrt{3}\right)^2=x^2+x^2+x^2 \Rightarrow x=3$

Vậy thể tích của khối lập phương là $V=3^3=27$.

Câu 23: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và đường thẳng $y=1$ là



A. $\left(1;2\right)$. **B.** $\left(2;0\right)$. **C.** $\left(0;2\right)$. **D.** $\left(2;1\right)$.

Lời giải

Đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị hàm số tại điểm $x=2$ và $y=1$.

Câu 24: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1}>3$ là

A. $\left[-2;+\infty\right)$. **B.** $\left(-2;+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;-2\right)$. **D.** $\left(-\infty;-2\right]$.

Lời giải

Ta có $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} > 3 \Leftrightarrow x+1 < -1 \Leftrightarrow x < -2$.

Câu 25: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^e$ là

A. $\frac{x^{e+1}}{e+1}$. **B.** ex^{e-1}. **C.** x^{e-1}. **D.** x^e.

Lời giải

Với mọi $x \in (0;+\infty)$, ta có $(x^e)' = ex^{e-1}$.

Vậy trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^e$ là $y' = ex^{e-1}$.

Câu 26: Nếu $\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 2$ thì $I = \int_{-1}^{2}\left[x+2f(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. $I = \frac{7}{2}$. **B.** $I = \frac{5}{2}$. **C.** $I = \frac{17}{2}$. **D.** $I = \frac{11}{2}$.

Lời giải

Ta có $I = \int_{-1}^{2}\left[x+2f(x)\right]\mathrm{d}x = \int_{-1}^{2} x\mathrm{d}x + \int_{-1}^{2} 2f(x)\mathrm{d}x = \left.\frac{x^2}{2}\right|_{-1}^{2} + 2\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x = \frac{2^2}{2} - \frac{(-1)^2}{2} + 2.2 = \frac{11}{2}$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x+3}{4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{2}$ có một vectơ chỉ phương có tọa độ là

A. $(-3;2;1)$. **B.** $(3;-2;-1)$. **C.** $(4;3;2)$. **D.** $(4;3;-2)$.

Lời giải

Đường thẳng $d: \frac{x+3}{4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{2}$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (4;3;2)$.

Câu 28: Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 4x + 3$ và $y = 0$ quanh trục Ox bằng

A. $\frac{16}{15}$. **B.** $\frac{16\pi}{15}$. **C.** $\frac{31\pi}{30}$. **D.** $\frac{31}{30}$.

Lời giải

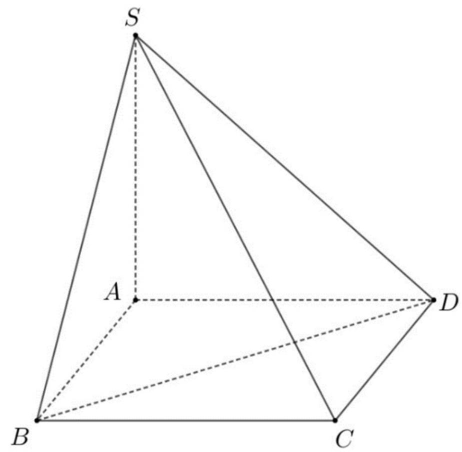
Phương trình hoành độ giao điểm của đường $y = x^2 - 4x + 3$ và đường $y = 0$ là

$$x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3 \end{array}\right.$$.

Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 4x + 3$ và $y = 0$ quanh trục Ox là

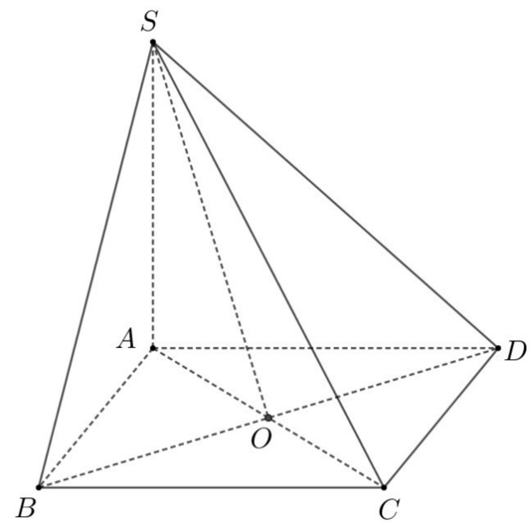
$$V = \pi\int_{1}^{3}\left(x^2 - 4x + 3\right)^2 \mathrm{d}x = \frac{16\pi}{15}.$$

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy và $SA=\frac{a\sqrt{6}}{2}$ (tham khảo hình vẽ). Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng



A. $30°$. **B.** $90°$. **C.** $60°$. **D.** $45°$.

Lời giải



Gọi O là giao điểm của AC và BD. Suy ra $BD\perp AO$.

Vì $\begin{cases} BD\perp AC \\ BD\perp SA \end{cases} \Rightarrow BD\perp(SAC)$. Mà $SO\subset(SAC)$ suy ra $BD\perp SO$.

Ta có $\begin{cases} BD=(SBD)\cap(ABCD) \\ SO\subset(SBD), SO\perp BD \\ AO\subset(ABCD), AO\perp BD \end{cases} \Rightarrow \left(\widehat{(SBD),(ABCD)}\right)=\left(\widehat{SO,AO}\right)=\widehat{SOA}$.

Vì $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên có $AC=a\sqrt{2}$; $AO=\frac{AC}{2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Xét tam giác SAO vuông tại A có $\tan\widehat{SOA}=\frac{SA}{AO}=\frac{a\sqrt{6}}{2}:\frac{a\sqrt{2}}{2}=\sqrt{3}\Rightarrow\widehat{SOA}=60°$.

Câu 30: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=-3, u_6=27$. Công sai d của cấp số cộng đó bằng

A. 7. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 8.

Lời giải

Ta có $u_6 = 27 \Rightarrow u_1 + 5d = 27 \Rightarrow d = 6$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): \frac{x}{2} + \frac{y}{3} - \frac{z}{2} = 1$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n} = (1;1;-1)$. **B.** $\vec{n} = (2;3;-2)$. **C.** $\vec{n} = (2;3;2)$. **D.** $\vec{n} = (3;2;-3)$.

Lời giải

Ta có $(P): \frac{x}{2} + \frac{y}{3} - \frac{z}{2} = 1 \Rightarrow (P): 3x + 2y - 3z - 6 = 0$.

Do đó một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (3;2;-3)$.

Câu 32: Một nhóm gồm 2 người đàn ông, 3 người phụ nữ và 4 trẻ em. Chọn ngẫu nhiên 4 người từ nhóm đó. Xác suất để 4 người được chọn có cả đàn ông, phụ nữ và trẻ em bằng

A. $\frac{8}{21}$. **B.** $\frac{4}{7}$. **C.** $\frac{2}{7}$. **D.** $\frac{3}{7}$.

Lời giải

Ta có $n(\Omega) = C_9^4$.

Gọi A là biến cố “ trong 4 người được chọn có cả đàn ông, phụ nữ và trẻ em”.

$\Rightarrow n(A) = C_2^1.C_3^1.C_4^2 + C_2^1.C_3^2.C_4^1 + C_2^2.C_3^1.C_4^1 = 72$.

$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{72}{126} = \frac{4}{7}$.

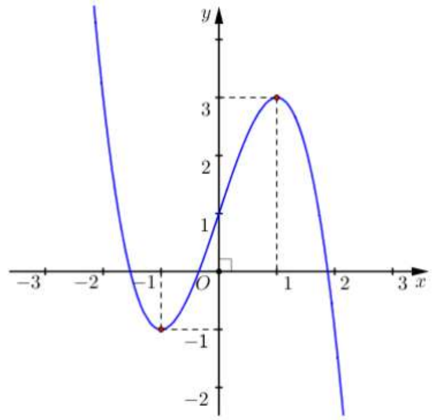
Câu 33: Số phức liên hợp của $z = (1+i)^2$ là

A. $1-i$. **B.** $-2i$. **C.** $2i$. **D.** $(1-i)^2$.

Lời giải

Ta có $z = (1+i)^2 = 1 + 2i + i^2 = 2i \Rightarrow \bar{z} = -2i$.

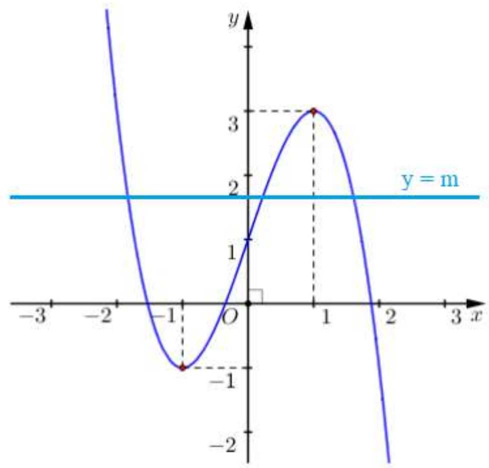
Câu 34: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt?



A. 5. **<u>B.</u>** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Số nghiệm của $f\left(x\right)=m$ bằng số giao điểm của đường thẳng $y=m$ và đồ thị $y=f\left(x\right)$.



Yêu cầu bài toán là $f\left(x\right)=m$ có ba nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow -1<m<3$, m nguyên dương nên $m\in\{1,2\}$. Vậy có 2 giá trị của m.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M\left(4;-2;1\right)$ và $N\left(5;2;3\right)$. Đường thẳng MN có phương trình là

A. $\begin{cases}x=4-t\\y=-2-4t\\z=1+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=4+t\\y=-2-4t\\z=1+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-5+t\\y=2+4t\\z=3+2t\end{cases}$. **<u>D.</u>** $\begin{cases}x=5+t\\y=2+4t\\z=3+2t\end{cases}$.

Lời giải

Đường thẳng MN có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\overrightarrow{MN}=\left(1;4;2\right)$ và đi qua điểm $N\left(5;2;3\right)$ nên có phương trình tham số $\begin{cases}x=5+t\\y=2+4t\\z=3+2t\end{cases}$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho $A\left(1;2;3\right)$. Điểm đối xứng với A qua trục Oz có tọa độ là

A. $\left(1;2;-3\right)$. **<u>B.</u>** $\left(-1;-2;3\right)$. **C.** $\left(0;0;3\right)$. **D.** $\left(-1;2;3\right)$.

Lời giải

Tọa độ hình chiếu của điểm $A(1;2;3)$ trên Oz là $H(0;0;3)$.

Gọi điểm A' đối xứng với A qua trục Oz thì H là trung điểm của đoạn AA'. Suy ra tọa độ điểm $A'(-1;-2;3)$.

Câu 37: Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị $y=\dfrac{-2x-1}{x-2}$?

A. $x=-2$. **B.** $x=2$. **C.** $y=2$. **D.** $y=-2$.

Lời giải

Có $\begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{-2x-1}{x-2} = -2 \\ \lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{-2x-1}{x-2} = -2 \end{cases}$ suy ra phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị $y=\dfrac{-2x-1}{x-2}$ là $y=-2$.

Câu 38: Một mặt phẳng (α) cắt mặt cầu theo một thiết diện là đường tròn có bán kính $r<R$. Gọi d là khoảng cách từ I đến (α). Khẳng định nào sau đây là đúng?.

A. $d=R$. **B.** $d=0$. **C.** $d>R$. **D.** $d<R$.

Lời giải

Mặt phẳng (α) cắt mặt cầu theo một thiết diện là đường tròn có bán kính r.

Suy ra $d=\sqrt{R^2-r^2}$ mà $r<R \Rightarrow 0<d<R$.

Câu 39: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-3;1;-3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z}{1}$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oyz). Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (α) bằng

A. $2\sqrt{10}$. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** $\dfrac{8\sqrt{10}}{5}$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{10}}{5}$.

Lời giải

Đường thẳng d đi qua điểm $M(-1;2;0)$, có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;-3;1)$ và mặt phẳng (Oyz) có một vecto pháp tuyến $\vec{i}=(1;0;0)$.

Do $d\subset(\alpha)$, $(\alpha)\perp(Oyz)$ nên suy ra vectơ $\vec{n}=\left[\vec{u},\vec{i}\right]=(0;-1;-3)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) và $M\in(\alpha)$.

Mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(-1;2;0)$ và nhận vecto $\vec{n}=(0;-1;-3)$ là vecto pháp tuyến có phương trình là: $y+3z-2=0$.

Khi đó khoảng cách từ A đến mặt phẳng (α) bằng: $\dfrac{|1+3(-3)-2|}{\sqrt{1^2+3^2}}=\sqrt{10}$.

Câu 40: Biết tập nghiệm của bất phương trình $\log_2^2\left(x^2-1\right)-\log_3\left(x^2-1\right)+\log_2\frac{2}{3}\log_3 2\le 0$ là $S=\left[a;b\right]\cup\left[c;d\right]$ với $a<b<c<d$. Giá trị của biểu thức $a+b+c+2d$ bằng

A. $\frac{1}{\log_2 3}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $-\sqrt{3}$. **D.** $\frac{1}{\log_2 3}+1$.

Lời giải

Điều kiện: $\left[\begin{array}{l} x>1 \\ x<-1 \end{array}\right.$. Đặt $t=\log_2\left(x^2-1\right)$.

Khi đó bất phương trình đã cho trở thành $t^2-t\log_3 2+\log_3 2-1\le 0\Leftrightarrow t\in\left[\log_3 2-1;1\right]$.

Suy ra $\left[\begin{array}{l} \sqrt{2^{(\log_3 2-1)}+1}\le x\le\sqrt{3} \\ -\sqrt{3}\le x\le-\sqrt{2^{(\log_3 2-1)}+1} \end{array}\right.$, kết hợp với điều kiện ta được tập nghiệm của bpt là

$S=\left[-\sqrt{3};-\sqrt{2^{(\log_3 2-1)}+1}\right]\cup\left[\sqrt{2^{(\log_3 2-1)}+1};\sqrt{3}\right]$.

Vậy $a+b+c+2d=\sqrt{3}$.

Câu 41: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn

$$\log_3\left(x^2+4y^2+x\right)+\log_2\left(x^2+4y^2\right)+\frac{x^2-8x+4y^2}{x}\le\log_3 x+\log_2\left(x^2+4y^2+24x\right)$$

A. 24. **B.** 25. **C.** 22. **D.** 48.

Lời giải

Đặt $t=\frac{x^2+4y^2}{x}$ $(t>0\ do\ x>0)$

Từ giả thiết $\Rightarrow\log_3\left(tx+x\right)+\log_2\left(tx\right)+t-8\le\log_3 x+\log_2\left(tx+24x\right)$

$\Leftrightarrow\log_3\left(t+1\right)+t-8\le\log_2\left(\frac{t+24}{t}\right)$

$\Leftrightarrow\log_3\left(t+1\right)+t-8-\log_2\left(\frac{t+24}{t}\right)\le 0$

Đặt $f\left(t\right)=\log_3\left(t+1\right)+t-8-\log_2\left(\frac{t+24}{t}\right)$, $t>0$

$f'\left(t\right)=\frac{1}{\left(t+1\right)\ln 3}+1-\frac{1}{\left(\frac{t+24}{t}\right)\ln 2}.\left(\frac{-24}{t^2}\right)>0$, $\forall t>0\Rightarrow f\left(t\right)$ đồng biến.

Mà $f\left(t\right)\le f\left(8\right)=0\Rightarrow 0<t\le 8$

Với $y=0\Rightarrow t=x\Rightarrow x\in\left\{1;2;...8\right\}$

Suy ra có 8 cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn.

Ta có $t\le 8\Rightarrow x^2+4y^2\le 8x\Rightarrow (x-4)^2+4y^2\le 16$

$4y^2\le 16\Leftrightarrow -2\le y\le 2$

Với $y=\pm 2\Rightarrow (x-4)^2\le 0\Rightarrow x=4$

Suy ra có 2 cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn.

Với $y=\pm 1\Rightarrow (x-4)^2\le 12\Rightarrow -2\sqrt{3}\le x-4\le 2\sqrt{3}$ $\Rightarrow x\in\{1;2;...7\}$

Suy ra có 14 cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn.

Vậy có tất cả $8+2+14=24$ cặp số nguyên thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 42: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^4-4x^3+(4-m)x+1$ có ba điểm cực trị?

A. 17. **B.** 12. **C.** 15. **D.** 8.

Lời giải

+) Ta có $y'=4x^3-12x^2+(4-m)$

+) Hàm số $y=x^4-4x^3+(4-m)x+1$ có ba cực trị khi và chỉ khi $y'=4x^3-12x^2+(4-m)=0$ có ba nghiệm phân biệt.

+) Xét phương trình: $4x^3-12x^2=m-4$.

$h(x)=4x^3-12x^2\Rightarrow h'(x)=12x^2-24x$; $h'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\Rightarrow y=0 \\ x=2\Rightarrow y=-16\end{array}\right.$

+) Vậy $y=x^4-4x^3+(4-m)x+1$ có ba cực trị khi và chỉ khi $-16<m-4<0\Leftrightarrow -12<m<4$

Do m nguyên nên có 15 giá trị m.

Câu 43: Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2-2(m+1)z+m^2+2=0$ (m tham số). Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $z_1;z_2$ thỏa mãn $|z_1|+|z_2|=8$?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Ta có $\Delta'=2m-1$.

TH1: Với $m>\dfrac{1}{2}$, thì phương trình $z^2-2(m+1)z+m^2+2=0$ có hai nghiệm dương

Nên $|z_1|+|z_2|=8\Leftrightarrow z_1+z_2=8\Leftrightarrow 2(m+1)=8\Leftrightarrow m=3\,(TM)$

TH2: Với $m<\dfrac{1}{2}$, hai nghiệm của phương trình $z^2-2(m+1)z+m^2+2=0$ là

$z_1=m+1+\sqrt{1-2m}i, z_2=m+1-\sqrt{1-2m}i$

Nên $|z_1|+|z_2|=8 \Leftrightarrow 2\sqrt{(m+1)^2+1-2m}=8 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=\sqrt{14}(L) \\ m=-\sqrt{14}(TM) \end{array}\right.$

Vậy có 2 giá trị m.

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-z+2=0$ và hai điểm $A(3;4;1), B(7;-4;-3)$. Điểm $M(a;b;c)$ trên (P) sao cho tam giác ABM vuông tại M và có diện tích nhỏ nhất. Khi $a>2$ thì biểu thức $T=a+b-c$ có giá trị bằng

A. $T=-1$. **B.** $T=-2$. **C.** $T=0$. **D.** $T=3$.

Lời giải

+) Ta có $S_{\Delta MAB}=\frac{1}{2}d(M;AB).AB$. ($AB$ không đổi)

$S_{\Delta MAB}$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow d(M;AB)$ là nhỏ nhất $\Rightarrow M \in \Delta=(P)\cap(Q)$ với (Q) là mặt phẳng chứa đường thẳng AB và vuông góc với (P).

+) $\overrightarrow{AB}=(4;-8;-4)=4(1;-2;-1)=4\vec{u}$; mp$(P)$ có vtpt $\overrightarrow{n_P}=(1;1;-1)$.

+) mp(Q) đi qua điểm $A(3;4;1)$, có vtpt $\vec{n}=\left[\vec{u};\overrightarrow{n_P}\right]=(3;0;3)=3(1;0;1)$ có phương trình là: $x+z-4=0$.

+) $\Delta: \begin{cases} x+z-4=0 \\ x+y-z+2=0 \end{cases} \Rightarrow \Delta: \begin{cases} x=t \\ y=2-2t \\ z=4-t \end{cases} \Rightarrow M(t;2-2t;4-t)$ (với $t>2$)

+) $\overrightarrow{AM}=(t-3;-2t-2;-t+3)$, $\overrightarrow{BM}=(t-7;-2t+6;-t+7)$

ΔABM vuông tại M $\Rightarrow \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM}=0 \Leftrightarrow 6t^2-28t+30=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=\frac{5}{3}\ (l) \\ t=3\ (tm) \end{array}\right.$

Với $t=3 \Rightarrow M(3;-4;1)$. Vậy $T=a+b-c=-2$.

Câu 45: Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn $\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x=F(4)-G(0)+2m$, với $m>0$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=F(x)$, $y=G(x)$; $x=0$ và $x=4$. Khi $S=8$ thì m bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Theo đề ta có $\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x=F(4)-G(0)+2m \Rightarrow F(x)\Big|_0^4=F(4)-G(0)+2m$

$\Rightarrow F(4)-F(0)=F(4)-G(0)+2m \Rightarrow G(0)-F(0)=2m$. (1)

Mặt khác, do $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ nên ta có $G(x)-F(x)=C$ (không đổi) với mọi $x\in\mathbb{R}$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $G(x)-F(x)=2m>0$, với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Khi đó ta có $S=\int\limits_0^4\left|G(x)-F(x)\right|\mathrm{d}x=\int\limits_0^4 2m.\mathrm{d}x=2mx\Big|_0^4=8m$.

Theo đề ta có $8m=8\Leftrightarrow m=1$.

Câu 46: Trong các số phức z thoả mãn điều kiện $|z-2-5i|=|z-3i|$, biết rằng $z=x+yi,\,(x,y\in\mathbb{R})$ có mô đun nhỏ nhất. Tính $P=x^2+y^2$.

A. $P=\dfrac{4}{5}$. **B.** $P=5$. **C.** $P=\dfrac{25}{4}$. **D.** $P=\dfrac{25}{2}$.

Lời giải

Ta có $|z-2-5i|=|z-3i|$

$\Leftrightarrow |x+yi-2-5i|=|x+yi-3i|$

$\Leftrightarrow \sqrt{(x-2)^2+(y-5)^2}=\sqrt{x^2+(y-3)^2}$

$\Leftrightarrow x+y-5=0$

$\Leftrightarrow y=5-x$.

Mô đun của số phức z là $|z|=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{x^2+(5-x)^2}=\sqrt{2x^2-10x+25}$.

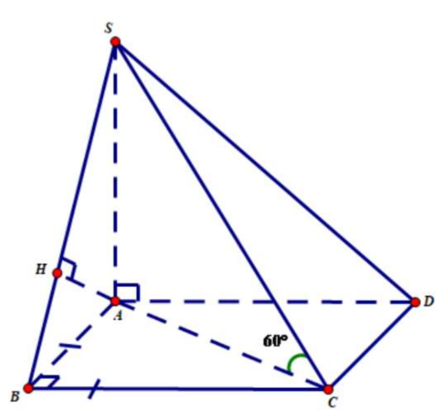
Mô đun của số phức z nhỏ nhất là $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$ khi $x=\dfrac{5}{2}\Rightarrow y=\dfrac{5}{2}$.

$P=x^2+y^2=\left(\dfrac{5}{2}\right)^2+\left(\dfrac{5}{2}\right)^2=\dfrac{25}{2}$.

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng $60°$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{6}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\dfrac{7a^3\sqrt{42}}{3}$. **B.** $\dfrac{7a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{42}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải



Đặt $AB = x, x > 0 \Rightarrow AC = x\sqrt{2}$.

Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow (SC,(ABCD)) = (SC, AC) = \widehat{SCA}$

$\Rightarrow \widehat{SCA} = 60° \Rightarrow SA = AC \tan \widehat{SCA} = x\sqrt{6}$.

Kẻ $AH \perp SB, H \in SB$ có

$\left.\begin{matrix} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{matrix}\right\} \Rightarrow BC \perp AH$.

Mà $AH \perp SB \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A,(SBC)) = AH \Rightarrow AH = a\sqrt{6}$.

Tam giác SAB vuông tại A, AH là đường cao nên

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} \Leftrightarrow \frac{1}{6a^2} = \frac{1}{6x^2} + \frac{1}{x^2} \Rightarrow x = a\sqrt{7}.$$

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3} SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.a\sqrt{7}.\sqrt{6}.\left(a\sqrt{7}\right)^2 = \frac{7a^3\sqrt{42}}{3}.$$

Câu 48: Cho hàm số $f(x) = \left|-\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}(2m+3)x^2 - (m^2+3m)x + \frac{2}{3}\right|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-20;23]$ để hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$?

A. 3. **B.** 16. **C.** 2. **D.** 19.

Lời giải

Đặt $g(x) = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}(2m+3)x^2 - (m^2+3m)x + \frac{2}{3}$, với $m \in \mathbb{R}$.

Ta có $g(1) = -m^2 - 2m + \frac{11}{6}$; $g(2) = -2m^2 - 2m + 4$.

Đạo hàm $g'(x) = -x^2 + (2m+3)x - (m^2+3m)$, do đó $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{matrix} x = m \\ x = m+3 \end{matrix}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ như sau

x	-∞		m		m+3		+∞
g'(x)		-	0	+	0	-	
g(x)	+∞				g(m+3)		
			g(m)				-∞

Hàm số $f(x) = |g(x)|$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$ nếu một trong các trường hợp sau xảy ra

TH1: $\begin{cases} m \geq 2 \\ g(2) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 2 \\ -2m^2 - 2m + 4 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 2 \\ -2 \leq m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \varnothing$.

TH2: $\begin{cases} m \le 1 \\ m+3 \ge 2 \\ g(2) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \le m \le 1 \\ \left[\begin{array}{l} m \ge 1 \\ m \le -2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m = 1$ (nhận).

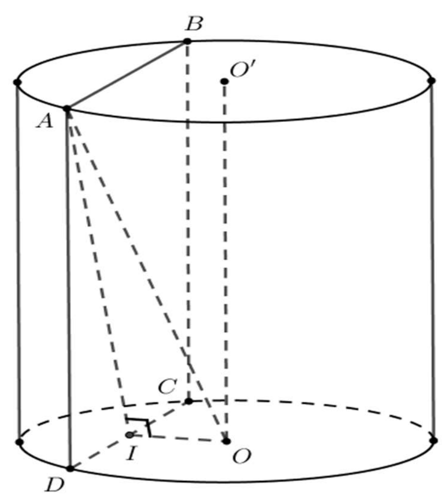
TH3: $\begin{cases} m+3 \le 1 \\ g(2) \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \le -2 \\ -2 \le m \le 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2$ (nhận).

Vậy có 2 giá trị nguyên của tham số $m \in [-20;23]$ thỏa mãn.

Câu 49: Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O'). Một mặt phẳng song song với trục và cách trục của hình trụ một khoảng bằng $\frac{10a}{3}$, cắt hình trụ theo thiết diện là một hình vuông $ABCD, A \in (O')$. Biết góc giữa OA và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 30^0. Thể tích khối trụ đã cho bằng

A. $\frac{1360\sqrt{15}a^3}{54}\pi$. **B.** $\frac{640\sqrt{15}a^3}{54}\pi$. **C.** $\frac{1360\sqrt{15}a^3}{27}\pi$ **D.** $\frac{640\sqrt{15}a^3}{27}\pi$.

Lời giải



Gọi là I trung điểm CD

Ta có

$\begin{cases} OI \perp CD \\ OI \perp AD \end{cases}$

$\Rightarrow OI \perp (ABCD)$

$\Rightarrow d_{(O,(ABCD))} = OI = \frac{10a}{3}$

Đồng thời, $\left(\widehat{OA,(ABCD)}\right) = \widehat{OAI} = 30^o$

Nên $\tan 30^0 = \frac{OI}{AI} \Rightarrow AD\frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{\frac{10}{3}a}{\tan 30^0} \Rightarrow h = AD = \frac{4\sqrt{15}}{3}a$

$\Rightarrow R = OD = \dfrac{4\sqrt{10}}{3}a$

$\Rightarrow V = \pi R^2 h = \dfrac{640\sqrt{15}a^3}{27}\pi$

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f'(x) - f(x) = -8 + 16x - 4x^2$ và $f(0) = 0$. Thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục Ox quay quanh Ox bằng.

A. $\dfrac{16}{3}\pi$. **B.** $\dfrac{256}{15}$. **C.** $\dfrac{16}{3}$. **D.** $\dfrac{256}{15}\pi$.

Lời giải

Ta có: $f'(x) - f(x) = -8 + 16x - 4x^2$

$\Leftrightarrow e^{-x}f'(x) - e^{-x}f(x) = e^{-x}\left(-8 + 16x - 4x^2\right)$

$\Leftrightarrow \left[f(x)e^{-x}\right]' = e^{-x}\left(-8 + 16x - 4x^2\right)$

$\Rightarrow f(x)e^{-x} = \int e^{-x}\left(-8 + 16x - 4x^2\right) = \left(4x^2 - 8x\right)e^{-x} + C$

$\Rightarrow f(x) = 4x^2 - 8x + Ce^x$.

Mà $f(0) = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow f(x) = 4x^2 - 8x$.

Phương trình hoành độ giao điểm của $y = f(x) = 4x^2 - 8x$ và trục hoành:

$4x^2 - 8x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Khi đó thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục Ox quay quanh Ox: $V = \pi\int_0^2 \left(4x^2 - 8x\right)^2 \mathrm{d}x = \dfrac{256}{15}\pi.$