

ĐỀ 02

Câu 1: Cho hình nón có đường sinh $l = 2a$ và bán kính đáy $r = a$. Diện tích toàn phần của hình nón đã cho bằng

- A. $3\pi a^2$. B. $2\pi a^2$. C. πa^2 . D. $\frac{4}{3}\pi a^2$.

Câu 2: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 2x < \log_2 (x+2)$ là

- A. $(0; 2)$. B. $[0; 2)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-\infty; 2)$.

Câu 3: Dãy số nào dưới đây là một cấp số nhân?

- A. 1; 2; 4. B. 1; 3; 6. C. 1; 4; 8. D. 1; 5; 9.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	$+\infty$	-1	2	$-\infty$	

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = -3$. D. $x = 2$.

Câu 5: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-4}{x+1}$ có tiệm cận đứng của là

- A. $x = -2$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = -1$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 1); B(1; 0; 3)$. Trung điểm của AB có tọa độ là

- A. $(0; 1; 2)$. B. $(1; -1; 1)$. C. $(2; -2; 2)$. D. $(0; 2; 4)$.

Câu 7: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. B. $y = \log_2 x$. C. $y = 2^x$. D. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

Câu 8: Họ nguyên hàm $\int \cos 2x dx$ bằng

- A. $-\frac{1}{2} \sin 2x + C$. B. $2 \sin 2x + C$. C. $-2 \sin 2x + C$. D. $\frac{1}{2} \sin 2x + C$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 3t \\ z = 5 - t \end{cases}$?

- A. $\vec{u}_4 = (0; 3; -1)$. B. $\vec{u}_3 = (1; 3; -1)$. C. $\vec{u}_2 = (1; -3; -1)$. D. $\vec{u}_1 = (1; 2; 5)$.

Câu 10: Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng $12a^3$ và có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O . Thể tích khối chóp $S.ABO$ bằng

- A. $2a^3$. B. $6a^3$. C. $4a^3$. D. $3a^3$.

Câu 11: Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z-3+4i|=2$ trên mặt phẳng tọa độ là đường tròn có phương trình

A. $(x+3)^2+(y-4)^2=2.$

B. $(x-3)^2+(y+4)^2=2.$

C. $(x+3)^2+(y-4)^2=4.$

D. $(x-3)^2+(y+4)^2=4.$

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_{-2}^1 f(x) dx=4$ và $\int_0^1 f(x) dx=3$. Giá trị của $\int_{-2}^0 f(x) dx$ bằng

A. $-1.$

B. $-7.$

C. $7.$

D. $1.$

Câu 13: Từ các chữ số 1,2,3,4,5,6,7,8,9 lập được bao nhiêu số có 2 chữ số khác nhau?

A. 36.

B. 81.

C. 72.

D. 64.

Câu 14: Với $x > 0$, biểu thức $x\sqrt[3]{x}$ bằng

A. $x^{\frac{1}{3}}.$

B. $x^{\frac{4}{3}}.$

C. $x^{\frac{2}{3}}.$

D. $x^4.$

Câu 15: Với các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_a b=2$, giá trị của $\log_a(ab^2)$ bằng

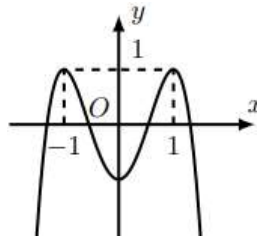
A. 8.

B. 6.

C. 3.

D. 5.

Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. Đồng biến trên khoảng $(0;+\infty).$

B. Đồng biến trên khoảng $(0;1).$

C. Nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0).$

D. Nghịch biến trên khoảng $(-1;1).$

Câu 17: Cho số phức $z=2-i$, số phức $z+2\bar{z}$ bằng

A. $6+i.$

B. $4+3i.$

C. $4+i.$

D. $6+3i.$

Câu 18: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 2$	$\searrow -1$	$\nearrow 2$	$\searrow -\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x)+3=0$ là

A. 2.

B. 3.

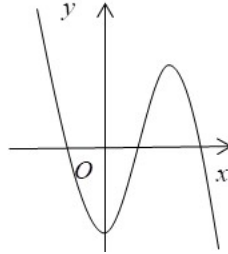
C. 0.

D. 4.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;0;0)$, $B(0;-2;0)$ và $C(0;0;2)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{2} = 1.$ B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 1.$ C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{2} = -1.$ D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{2} = 0.$

Câu 20: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ bên dưới?



A. $y = -x^3 + 3x^2 - 2.$ B. $y = x^4 - 2x^2 - 2.$ C. $y = x^3 - 3x^2 - 2.$ D. $y = -x^4 + 3x^2 - 2.$

Câu 21: Hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; 1)$ B. $(-2; -1)$ C. $(1; 2)$ D. \mathbb{R}

Câu 22: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+1)(x^2-1)(x-1)^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Câu 23: Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z+2-i|=1$ là đường tròn có tâm là

A. $I(-2; -1).$ B. $I(2; -1).$ C. $I(-2; 1).$ D. $I(2; 1).$

Câu 24: Cho hình trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình trụ đã cho. Tỷ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

A. $\frac{2}{3}.$ B. $\frac{1}{2}.$ C. $\frac{4}{5}.$ D. $\frac{3}{4}.$

Câu 25: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $\int_0^3 f(\sqrt{x+1})dx = 8$. Tích phân $\int_1^2 xf(x)dx$ bằng

A. 2. B. 16. C. 8. D. 4.

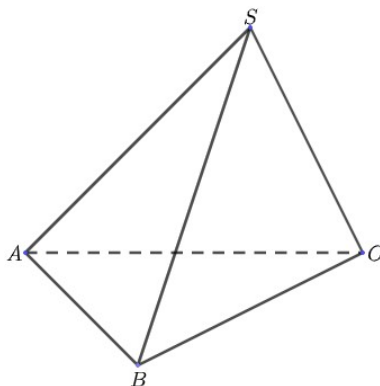
Câu 26: Môđun của số phức z thỏa mãn $(2-i)z + (1-i)\bar{z} = 9-8i$ bằng

A. 1. B. $\sqrt{5}.$ C. $\sqrt{13}.$ D. 5.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 4; -1)$ và $B(2; -2; -3)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $x - 3y - z - 4 = 0.$ B. $x - 3y + z = 0.$ C. $x - 3y - z = 0.$ D. $x - 3y + z - 4 = 0.$

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều. Mặt bên SBC là tam giác đều và thuộc mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa SA và (ABC) bằng



- A. 45° . B. 90° . C. 60° . D. 30° .

Câu 29: Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_a b = 2$. Giá trị của $\log_a \left(\frac{a^3}{\sqrt{b}} \right)$ bằng

- A. 2. B. -1. C. 4. D. 7.

Câu 30: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+4}{x-1}$ và đồ thị hàm số $y = x^2 - 1$ là

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Câu 31: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $AB = AA' = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CA' bằng:

- A. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. B. $\frac{\sqrt{2}a}{4}$. C. a . D. $\frac{a}{2}$.

Câu 32: Trong không gian Oxyz, biết rằng giao tuyến của mặt cầu tâm $I(2; -2; 2)$, bán kính $R = 3$ và mặt phẳng $(P): x - y - z + 1 = 0$ là một đường tròn. Bán kính của đường tròn đó bằng:

- A. $\sqrt{2}$. B. $\sqrt{6}$. C. $\sqrt{3}$. D. 2.

Câu 33: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = \sqrt{2}a$, góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $3a^3$. B. $3\sqrt{3}a^3$. C. $\sqrt{3}a^3$. D. a^3 .

Câu 34: Họ nguyên hàm $\int \frac{1}{x^2 - x} dx$ là

- A. $-\ln|x(x-1)| + C$. B. $\ln\left|\frac{x}{x-1}\right| + C$. C. $\ln\left|\frac{x-1}{x}\right| + C$. D. $\ln|x(x-1)| + C$.

Câu 35: Cho từ một nhóm gồm 5 nam và 4 nữ, chọn ngẫu nhiên ra 2 người. Xác suất để 2 người được chọn có ít nhất 1 người là nam bằng

- A. $\frac{5}{9}$. B. $\frac{4}{9}$. C. $\frac{5}{6}$. D. $\frac{13}{18}$.

Câu 36: Trong không gian Oxyz, phương trình đường thẳng qua điểm $A(1; 2; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 1 = 0$ có phương trình là

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}$. B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-2}{1}$. C. $\frac{x+2}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+2}{1}$. D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+1}{1}$.

Câu 37: Họ nguyên hàm của hàm $\int \frac{1+2\ln x}{x} dx$ là

- A. $\ln x + 2\ln^2 x + C$. B. $\ln x + \ln^2 x + C$. C. $x + \ln^2 x + C$. D. $x + \ln^2 x + C$.

Câu 38: Tốc độ gió S (đơn vị: dặm/giờ) gần trung tâm của một cơn lốc xoáy và khoảng cách di chuyển d (đơn vị dặm) của nó xác định theo mô hình $S = 93 \log d + 65$. Theo mô hình trên thì một cơn lốc xoáy có tốc độ gió gần trung tâm là 283 (dặm/giờ) thì khoảng cách di chuyển của nó xấp xỉ bằng

- A. 61,8 dặm. B. 293 dặm. C. 236,4 dặm. D. 220,8 dặm.

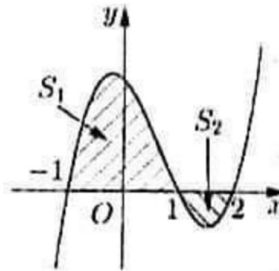
Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;2)$, $B(3;2;0)$ và đường phân giác đỉnh B là $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{-1}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng BC ?

- A. $M_3(2;3;0)$. B. $M_2(1;1;0)$. C. $M_4(1;0;0)$. D. $M_1(1;5;0)$.

Câu 40: Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z-1|=|z-i|$ và $|w-4i|=1$. Giá trị nhỏ nhất của $|z-w|$ bằng

- A. $2\sqrt{2}+1$. B. 2. C. 3. D. $2\sqrt{2}-1$.

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị trong hình dưới đây. Biết rằng diện tích các hình phẳng S_1 và S_2 lần lượt bằng $\frac{5}{2}$ và $\frac{1}{2}$. Tích phân $\int_{\frac{1}{e}}^1 \frac{f(3\ln x + 2)}{x} dx$ bằng



- A. 2. B. 1. C. 6. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 42: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+			
$f(x)$				1			$\frac{1}{2}$		2

Biết $f(1) = 2$, có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn $m \leq 10$ và bất phương trình $(x-1)[mf^2(x) - (2m+1)f(x) + 2] \geq 0$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$?

- A. 10. B. 6. C. 7. D. 9.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;1;1)$ và $N(-1;0;0)$. Xét hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1, có các cạnh song song với các trục tọa độ và các mặt phẳng

$(ABCD)$, $(A'B'C'D')$ lần lượt có phương trình là $z = 0$ và $z = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $AM + C'N$ bằng

- A. $2\sqrt{5}$. B. $2\sqrt{6}$. C. $2\sqrt{3}$. D. $2\sqrt{2}$.

Câu 44: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 - 2mx^2 - (m^2 - 5m + 6)x$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$?

- A. Vô số. B. 0. C. 3. D. 2.

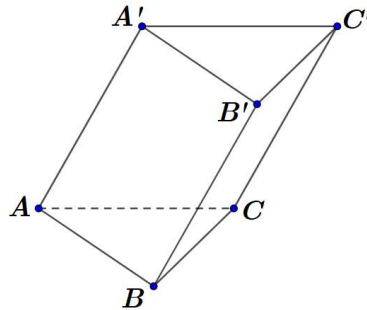
Câu 45: Có bao nhiêu cặp số thực $(a; b)$ sao cho phương trình $z^2 + az + b = 0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + i| = \sqrt{5}$ và $|z_2 - 5 - 2i| = 2\sqrt{5}$?

- A. 5. B. 6. C. 2. D. 4.

Câu 46: Có bao nhiêu số nguyên dương x sao cho ứng với mỗi x tồn tại đúng hai số thực y thỏa mãn $(\log_2^2 y - 3\log_2 y + 2)\sqrt{3^y - x} = 0$?

- A. 78. B. 72. C. 79. D. 73.

Câu 47: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , hình chiếu vuông góc của A lên (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Một mặt phẳng (P) chứa BC và vuông góc với AA' cắt hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo một thiết diện có diện tích bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{8}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng



- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{10}$.

Câu 48: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$ và góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 45° . Diện tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{9\pi a^2}{4}$. B. $3\pi a^2$. C. $9\pi a^2$. D. $36\pi a^2$.

Câu 49: Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x tồn tại $y \in [2; 8]$ thỏa mãn $(y - x)\log_2(x + y) = y + x^2$

- A. 5. B. 8. C. 4. D. 7.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp hai liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $f(0) = 0, f'(0) = 1, f''(x) = f(x) + (3x + 4)e^{2x}$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

- A. e^2 . B. $2e^4$. C. $2e^2$. D. e^4 .

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	
A	A	A	C	D	A	C	D	A	D	D	D	C	B	D	B	A	A	A	A	C	C	A	D	
2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	5	
6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
C	C	A	A	C	A	B	C	C	C	B	B	D	A	D	D	C	D	D	B	B	C	C	A	A

Câu 1: Cho hình nón có đường sinh $l = 2a$ và bán kính đáy $r = a$. Diện tích toàn phần của hình nón đã cho bằng

- A. $3\pi a^2$. B. $2\pi a^2$. C. πa^2 . D. $\frac{4}{3}\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích toàn phần của hình nón đã cho bằng $S_{tp} = \pi r^2 + \pi r l = \pi a^2 + \pi a \cdot 2a = 3\pi a^2$.

Câu 2: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 2x < \log_2 (x+2)$ là

- A. $(0; 2)$. B. $[0; 2)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-\infty; 2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_2 2x < \log_2 (x+2) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x < x+2 \\ 2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (0; 2)$

Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 2x < \log_2 (x+2)$ là $(0; 2)$.

Câu 3: Dãy số nào dưới đây là một cấp số nhân?

- A. 1; 2; 4. B. 1; 3; 6. C. 1; 4; 8. D. 1; 5; 9.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2 = 1 \cdot 2$; $4 = 2 \cdot 2 \Rightarrow$ dãy số 1; 2; 4 là một cấp số nhân với $u_1 = 1, q = 2$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$				
$f'(x)$		-	0	+	0	-		
$f(x)$	$+\infty$			-1		2		$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = -3$. D. $x = 2$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên ta thấy: $f'(x)$ đổi dấu từ - sang + khi x qua -3 .

Vậy hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = -3$.

Câu 5: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-4}{x+1}$ có tiệm cận đứng của là

A. $x = -2$.

B. $x = 2$.

C. $x = 1$.

D. $x = -1$.

Lời giải

Chọn D

$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{2x-4}{x+1} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{2x-4}{x+1} = +\infty$ nên đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = -1$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 1); B(1; 0; 3)$. Trung điểm của AB có tọa độ là

A. $(0; 1; 2)$.

B. $(1; -1; 1)$.

C. $(2; -2; 2)$.

D. $(0; 2; 4)$.

Lời giải

Chọn A

Trung điểm của AB có tọa độ là : $(0; 1; 2)$

Câu 7: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên \mathbb{R} ?

A. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.

B. $y = \log_2 x$.

C. $y = 2^x$.

D. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ có $a = \frac{1}{2} < 1$ nên nghịch biến trên $(0; +\infty)$

Hàm số $y = \log_2 x$ có $a = 2 > 1$ nên đồng biến trên $(0; +\infty)$

Hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ có $a = \frac{1}{2} < 1$ nên nghịch biến trên \mathbb{R}

Hàm số $y = 2^x$ có $a = 2 > 1$ nên đồng biến trên \mathbb{R}

Câu 8: Họ nguyên hàm $\int \cos 2x dx$ bằng

A. $-\frac{1}{2} \sin 2x + C$.

B. $2 \sin 2x + C$.

C. $-2 \sin 2x + C$.

D. $\frac{1}{2} \sin 2x + C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 3t \\ z = 5 - t \end{cases}$

A. $\vec{u}_4 = (0; 3; -1)$.

B. $\vec{u}_3 = (1; 3; -1)$.

C. $\vec{u}_2 = (1; -3; -1)$.

D. $\vec{u}_3 = (1; 2; 5)$.

Lời giải

Chọn A

Vector chỉ phương của đường thẳng d là: $\vec{u}_4 = (0; 3; -1)$

Câu 10: Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng $12a^3$ và có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O . Thể tích khối chóp $S.ABO$ bằng

- A. $2a^3$. B. $6a^3$. C. $4a^3$. **D. $3a^3$.**

Lời giải

Chọn D

Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O nên là hình chóp đều và chiều cao là SO

Thể tích khối chóp $S.ABO$ bằng:

$$V_{S.ABO} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABO} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{4} V_{S.ABCD} = \frac{1}{4} \cdot 12a^3 = 3a^3.$$

Câu 11: Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z - 3 + 4i| = 2$ trên mặt phẳng tọa độ là đường tròn có phương trình

- A. $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 2$. B. $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 2$.
C. $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 4$. **D. $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 4$.**

Lời giải

Chọn D

Đặt số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$\begin{aligned} |z - 3 + 4i| = 2 &\Leftrightarrow |x + yi - 3 + 4i| = 2 \Leftrightarrow |x - 3 + i(y + 4)| = 2 \Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2 + (y+4)^2} = 2 \\ &\Leftrightarrow (x-3)^2 + (y+4)^2 = 4. \end{aligned}$$

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_{-2}^1 f(x) dx = 4$ và $\int_0^1 f(x) dx = 3$. Giá trị của $\int_{-2}^0 f(x) dx$ bằng

- A. -1 . B. -7 . C. 7 . **D. 1 .**

Lời giải

Chọn D

$$\int_{-2}^0 f(x) dx = \int_{-2}^1 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx = 4 - 3 = 1.$$

Câu 13: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 lập được bao nhiêu số có 2 chữ số khác nhau?

- A. 36. B. 81. **C. 72.** D. 64.

Lời giải

Chọn C

Số các số có 2 chữ số khác nhau là $A_9^2 = 72$.

Câu 14: Với $x > 0$, biểu thức $x\sqrt[3]{x}$ bằng

- A. $x^{\frac{1}{3}}$. **B. $x^{\frac{4}{3}}$.** C. $x^{\frac{2}{3}}$. D. x^4 .

Lời giải

Chọn B

Với $x > 0$ ta có $x\sqrt[3]{x} = x \cdot x^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{4}{3}}$.

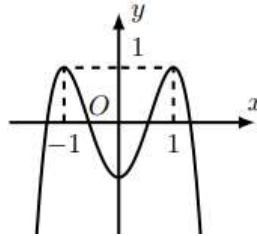
- Câu 15:** Với các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_a b = 2$, giá trị của $\log_a(ab^2)$ bằng
A. 8. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_a(ab^2) = \log_a a + \log_a b^2 = 1 + 2\log_a b = 1 + 2 \cdot 2 = 5$.

- Câu 16:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A.** Đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$. **B.** Đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.
C. Nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. **D.** Nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.

- Câu 17:** Cho số phức $z = 2 - i$, số phức $z + 2\bar{z}$ bằng
A. $6 + i$. **B.** $4 + 3i$. **C.** $4 + i$. **D.** $6 + 3i$.

Lời giải

Chọn A

Có $z + 2\bar{z} = 2 - i + 2(2 + i) = 6 + i$.

- Câu 18:** Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$			2		2			
			\nearrow	\searrow	\nearrow	\searrow		
	$-\infty$			-1			$-\infty$	

Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là

- A.** 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Có $2f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{3}{2} < -1 \Rightarrow$ phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;0;0)$, $B(0;-2;0)$ và $C(0;0;2)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

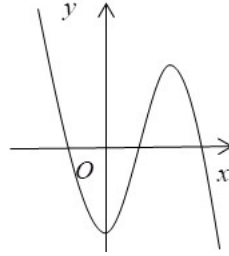
- A.** $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{2} = 1$. **B.** $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 1$. **C.** $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{2} = -1$. **D.** $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{2} = 0$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn (ABC) : $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{2} = 1$.

Câu 20: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ bên dưới?



- A.** $y = -x^3 + 3x^2 - 2$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 - 2$. **C.** $y = x^3 - 3x^2 - 2$. **D.** $y = -x^4 + 3x^2 - 2$.

Lời giải

Chọn A

Hình vẽ có dạng đồ thị hàm bậc ba với hệ số $a < 0$.

Câu 21: Hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-1;1)$ **B.** $(-2;-1)$ **C.** $(1;2)$ **D.** \mathbb{R}

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 3x^2 - 3$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$	
f'		$+$	0	$-$	0	$+$		
f	$-\infty$	↗		4	↘		0	↗ $+\infty$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 22: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+1)(x^2-1)(x-1)^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A.** 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2(x+1)(x^2-1)(x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \\ x=-1 \end{cases} .$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$f(1)$						$+\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho có 1 điểm cực trị.

- Câu 23:** Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z+2-i|=1$ là đường tròn có tâm là
- A.** $I(-2;-1)$. **B.** $I(2;-1)$. **C.** $I(-2;1)$. **D.** $I(2;1)$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử điểm $M(x;y)$ là điểm biểu diễn số phức z . Ta có:

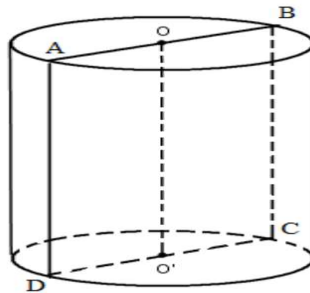
$$|z+2-i|=1 \Leftrightarrow |(x+2)+(y-1)i|=1 \Leftrightarrow (x+2)^2+(y-1)^2=1$$

Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn có tâm $I(-2;1)$, bán kính $R=1$.

- Câu 24:** Cho hình trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình trụ đã cho. Tỷ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

- A.** $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{4}{5}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi thiết diện qua trục là hình vuông $ABCD$ có cạnh là a suy ra $r = \frac{a}{2}; l = a$

$$\text{Ta có } \frac{S_1}{S_2} = \frac{2\pi rl}{2\pi rl + 2\pi r^2} = \frac{\pi a^2}{\pi a^2 + \pi \frac{a^2}{2}} = \frac{2}{3}.$$

- Câu 25:** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thoả mãn $\int_0^3 f(\sqrt{x+1})dx = 8$. Tích phân $\int_1^2 xf(x)dx$ bằng
- A. 2. B. 16. C. 8. D. **4.**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x+1} \Rightarrow t^2 = x+1 \Rightarrow 2tdt = dx$$

$$\text{Đổi cận: } x=0 \text{ thì } t=1; x=3 \text{ thì } t=2.$$

$$\text{Ta có: } \int_0^3 f(\sqrt{x+1})dx = 8 \Leftrightarrow 2 \int_1^2 f(t)tdt = 8 \Leftrightarrow \int_1^2 f(t)tdt = 4 \Leftrightarrow \int_1^2 xf(x)dx = 4.$$

- Câu 26:** Môđun của số phức z thoả mãn $(2-i)z + (1-i)\bar{z} = 9-8i$ bằng

- A. 1. B. $\sqrt{5}$. C. **$\sqrt{13}$.** D. 5.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Gọi } z = a + bi (a, b \in \mathbb{R}) \Rightarrow \bar{z} = a - bi, \text{ ta có:}$$

$$\begin{aligned} (2-i)(a+bi) + (1-i)(a-bi) &= 9-8i \\ \Leftrightarrow 2a+b + (2b-a)i + a-b - (a+b)i &= 9-8i \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+b+a-b=9 \\ 2b-a-a-b=-8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=2a-8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-2 \end{cases} \\ |z| = \sqrt{3^2 + (-2)^2} &= \sqrt{13}. \end{aligned}$$

- Câu 27:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;4;-1)$ và $B(2;-2;-3)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

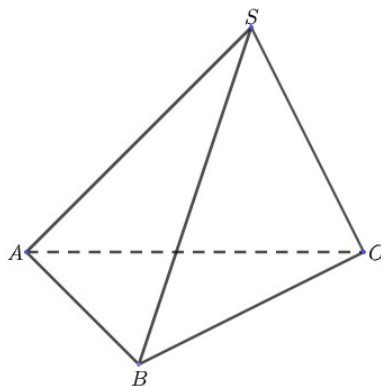
- A. $x-3y-z-4=0$. B. $x-3y+z=0$. C. **$x-3y-z=0$.** D. $x-3y+z-4=0$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Gọi } I \text{ là trung điểm } AB, \text{ mặt phẳng trung trực của } AB \text{ đi qua } I(1;1;-2) \text{ và nhận } \overline{AB} = (2; -6; -2) \text{ là một VTPT. Chọn } \vec{n} = (1; -3; -1) \Rightarrow \text{MP: } x-3y-z=0.$$

- Câu 28:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều. Mặt bên SBC là tam giác đều và thuộc mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa SA và (ABC) bằng



A. 45°.

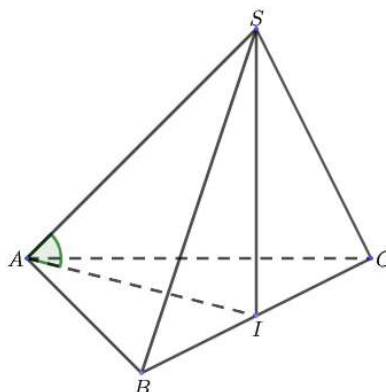
B. 90°.

C. 60°.

D. 30°.

Lời giải

Chọn A



Hạ $SI \perp BC$. Do (SBC) vuông góc với đáy nên $SI \perp (ABC)$

Ta có: $SI = AI = \frac{BC\sqrt{3}}{2}$ (chiều cao trong tam giác đều).

$$\widehat{(SA; (ABC))} = \widehat{SAI} = 45^\circ.$$

Câu 29: Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_a b = 2$. Giá trị của $\log_a \left(\frac{a^3}{\sqrt{b}} \right)$ bằng

A. 2.

B. -1.

C. 4.

D. 7.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \log_a \left(\frac{a^3}{\sqrt{b}} \right) = \log_a a^3 - \log_a \sqrt{b} = 3 - \frac{1}{2} \log_a b = 3 - \frac{1}{2} \cdot 2 = 2.$$

Câu 30: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+4}{x-1}$ và đồ thị hàm số $y = x^2 - 1$ là

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai hàm số ta có:

$$\frac{4x+4}{x-1} = x^2 - 1 (x \neq 1)$$

$$\Leftrightarrow 4(x+1) - (x-1)^2(x+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)[4 - (x-1)^2] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ (x-1)^2 = 4 \end{cases}$$

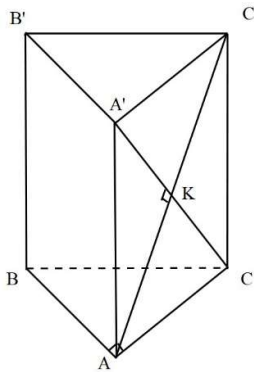
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Câu 31: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $AB = AA' = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CA' bằng:

- A. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. B. $\frac{\sqrt{2}a}{4}$. C. a . D. $\frac{a}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi K là hình chiếu của A trên $CA' \Rightarrow AK \perp A'C$ (1)

$$\text{Có } \begin{cases} BA \perp AC \\ BA \perp AA' \end{cases} \text{ (gt)} \Rightarrow BA \perp (ACC'A') \Rightarrow BA \perp AK \text{ (2)}$$

Từ (1), (2) $\Rightarrow AK$ là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng AB và CA' . Từ giả thiết suy ra tứ giác $ACC'A'$ là hình vuông cạnh a , nên

$$d(AB; A'C) = AK = \frac{1}{2} AC' = \frac{\sqrt{2}a}{2}. \text{ Chọn đáp án A}$$

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, biết rằng giao tuyến của mặt cầu tâm $I(2; -2; 2)$, bán kính $R = 3$ và mặt phẳng $(P): x - y - z + 1 = 0$ là một đường tròn. Bán kính của đường tròn đó bằng:

- A. $\sqrt{2}$. B. $\sqrt{6}$. C. $\sqrt{3}$. D. 2 .

Lời giải

Chọn B

Gọi r là bán kính của đường tròn giao tuyến cần tìm.

$$\text{Ta có: } d = d(I; (P)) = \frac{|2 + 2 - 2 + 1|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + (-1)^2}} = \sqrt{3}$$

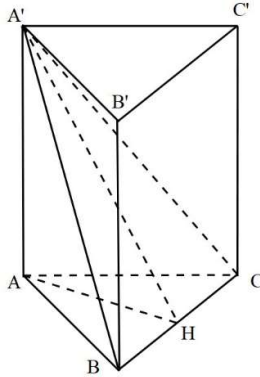
$$r = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{6}.$$

Câu 33: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = \sqrt{2}a$, góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $3a^3$. B. $3\sqrt{3}a^3$. C. $\sqrt{3}a^3$. D. a^3 .

Lời giải

Chọn C



Gọi H là trung điểm của BC . Dễ thấy $\angle A'HA = 60^\circ$ là góc giữa $mp(A'BC)$ và $mp(ABC)$

Ta có, $AA' = AH \cdot \tan 60^\circ = \frac{1}{2}BC \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$; $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}(\sqrt{2}a)^2 = a^2$

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{\Delta ABC} = \sqrt{3}a^3$.

Câu 34: Họ nguyên hàm $\int \frac{1}{x^2 - x} dx$ là

- A. $-\ln|x(x-1)| + C$. B. $\ln\left|\frac{x}{x-1}\right| + C$. C. $\ln\left|\frac{x-1}{x}\right| + C$. D. $\ln|x(x-1)| + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int \frac{1}{x^2 - x} dx = \int \frac{dx}{x(x-1)} = \int \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x} \right) dx = \ln\left|\frac{x-1}{x}\right| + C$.

Câu 35: Cho từ một nhóm gồm 5 nam và 4 nữ, chọn ngẫu nhiên ra 2 người. Xác suất để 2 người được chọn có ít nhất 1 người là nam bằng

- A. $\frac{5}{9}$. B. $\frac{4}{9}$. C. $\frac{5}{6}$. D. $\frac{13}{18}$.

Lời giải

Chọn C

+) Không gian mẫu có số phần tử là $n(\Omega) = C_9^2 = 36$.

+) Số kết quả thuận lợi là $n(A) = C_5^1 \cdot C_4^1 + C_5^2 = 30$.

Vậy $P(A) = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng qua điểm $A(1;2;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x-2y+z-1=0$ có phương trình là

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}$. B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-2}{1}$.
 C. $\frac{x+2}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+2}{1}$. D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+1}{1}$.

Lời giải

Chọn B

Véc tơ chỉ phương của đường thẳng (d) là $\vec{u} = (1; -2; 1)$.

Thay tọa độ điểm A vào các đáp án ta thấy $A \in (d)$ có phương trình $\frac{x-2}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-2}{1}$

Câu 37: Họ nguyên hàm của hàm $\int \frac{1+2\ln x}{x} dx$ là

- A. $\ln x + 2\ln^2 x + C$. B. $\ln x + \ln^2 x + C$. C. $x + \ln^2 x + C$. D. $x + \ln^2 x + C$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = 1 + 2\ln x \Rightarrow dt = \frac{2}{x} dx$.

$\Rightarrow \int \frac{1+2\ln x}{x} dx = \int \frac{t}{2} dt = \frac{1}{4} t^2 + c = \frac{1}{4} (1+2\ln x)^2 + c = \ln^2 x + \ln x + \frac{1}{4} + c = \ln^2 x + \ln x + C$.

Câu 38: Tốc độ gió S (đơn vị: dặm/giờ) gần trung tâm của một cơn lốc xoáy và khoảng cách di chuyển d (đơn vị dặm) của nó xác định theo mô hình $S = 93 \log d + 65$. Theo mô hình trên thì một cơn lốc xoáy có tốc độ gió gần trung tâm là 283 (dặm/giờ) thì khoảng cách di chuyển của nó xấp xỉ bằng

- A. 61,8 dặm. B. 293 dặm. C. 236,4 dặm. D. 220,8 dặm.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $S = 283 \Leftrightarrow 93 \log d + 65 = 283 \Leftrightarrow \log d = \frac{218}{93} \Rightarrow d = 220,8$ dặm.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;2)$, $B(3;2;0)$ và đường phân giác đỉnh

B là $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{-1}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng BC ?

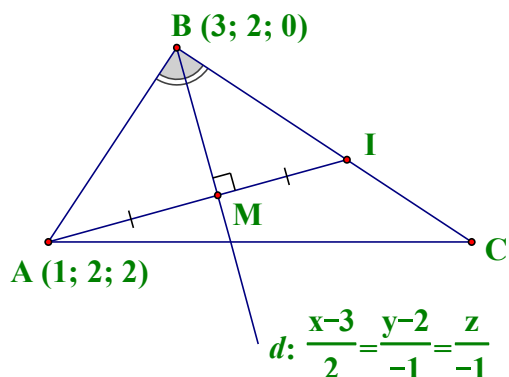
- A. $M_3(2;3;0)$. B. $M_2(1;1;0)$. C. $M_4(1;0;0)$. D. $M_1(1;5;0)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi I là điểm đối xứng của A qua phân giác đỉnh B , khi đó $I \in BC$.

Gọi M là giao điểm của AI và phân giác đó suy ra M là trung điểm cạnh AI .



Ta có $M(3+2t; 2-t; -t)$ với $t \in \mathbb{R}$ nên $\overline{AM} = (2+2t; -t; -2-t)$; đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u}_d = (2; -1; -1)$.

Khi đó: $\overline{AM} \cdot \vec{u}_d = 2 \cdot (2+2t) + (-1) \cdot (-t) + (-1) \cdot (-2-t) = 0 \Leftrightarrow t = -1$ suy ra $M(1; 3; 1)$.

Lại có M là trung điểm AI nên $\begin{cases} x_I = 2x_M - x_A = 1 \\ y_I = 2y_M - y_A = 4 \\ z_I = 2z_M - z_A = 0 \end{cases}$ nên $I(1; 4; 0)$.

Ta có: $\overline{BI} = (-2; 2; 0)$, đường thẳng $BC: \begin{cases} \text{qua } B(3; 2; 0) \\ \text{có VTCP } \vec{u} = (-1; 1; 0) \end{cases}$ do đó: $BC: \begin{cases} x = 3-t \\ y = 2+t \\ z = 0 \end{cases}$.

Nhận thấy $M_3 \in BC$ nên chọn đáp án **A**.

- Câu 40:** Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z-1| = |z-i|$ và $|w-4i| = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $|z-w|$ bằng
- A.** $2\sqrt{2}+1$. **B.** 2 . **C.** 3 . **D.** $2\sqrt{2}-1$.

Lời giải

Chọn D

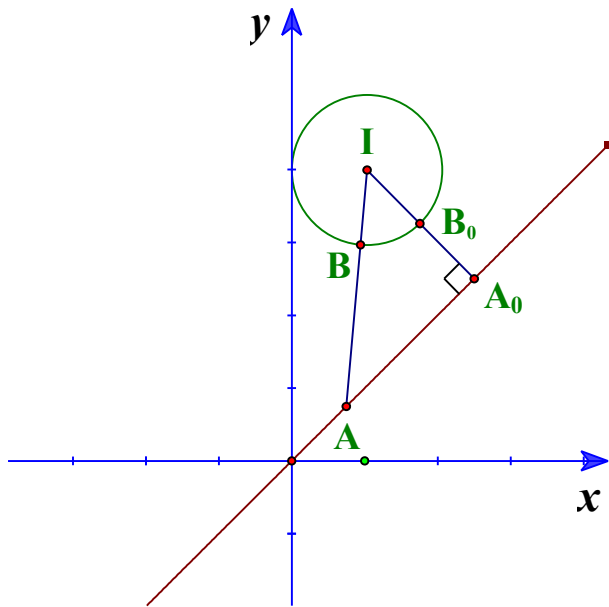
Đặt $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

Ta có: $|z-1| = |z-i| \Rightarrow (x-1)^2 + y^2 = x^2 + (y-1)^2 \Leftrightarrow x-y=0$ do đó tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $d: x-y=0$.

Lại có: $|w-4i| = 1$ nên tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường tròn (C) có tâm $I(0; 4)$ và bán kính $R = 1$.

Gọi A là điểm biểu diễn của số phức z và B là điểm biểu diễn của số phức w khi đó

$|z-w| = AB$ như vậy $|z-w|$ nhỏ nhất khi AB nhỏ nhất.



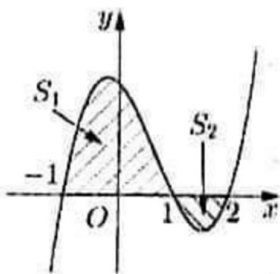
Quan sát hình vẽ, nhận thấy: AB nhỏ nhất khi A trùng A_0 và B trùng với B_0 .

Khi đó: $IB_0 = 1$ và $IA_0 = d(I, d) = \frac{|0-4|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = 2\sqrt{2}$ do vậy $AB_{\min} = 2\sqrt{2} - 1$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $|z-w|$ bằng $2\sqrt{2} - 1$.

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị trong hình dưới đây. Biết rằng diện tích các

hình phẳng S_1 và S_2 lần lượt bằng $\frac{5}{2}$ và $\frac{1}{2}$. Tích phân $\int_{\frac{1}{e}}^1 \frac{f(3 \ln x + 2)}{x} dx$ bằng



A. 2.

B. 1.

C. 6.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

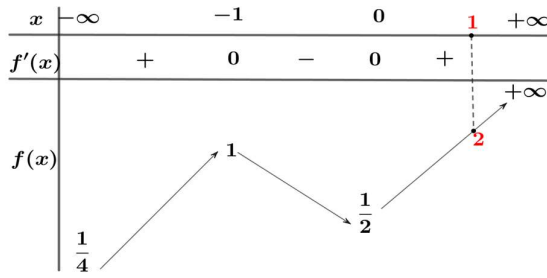
Chọn D

Xét $I = \int_{\frac{1}{e}}^1 \frac{f(3 \ln x + 2)}{x} dx$, đặt $t = 3 \ln x + 2$ suy ra $dt = \frac{3}{x} dx$.

Đổi cận: $x = \frac{1}{e} \Rightarrow t = -1$ và $x = 1 \Rightarrow t = 2$. Khi đó:

$$I = \frac{1}{3} \int_{-1}^2 f(t) dt = \frac{1}{3} \left(\int_{-1}^1 f(t) dt + \int_1^2 f(t) dt \right) = \frac{1}{3} (S_1 - S_2) = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{5}{2} - \frac{1}{2} \right) = \frac{2}{3}.$$

Câu 42: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Biết $f(1) = 2$, có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn $m \leq 10$ và bất phương trình $(x-1)[mf^2(x) - (2m+1)f(x) + 2] \geq 0$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$?

A. 10.

B. 6.

C. 7.

D. 9.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Xét } g(x) = mf^2(x) - (2m+1)f(x) + 2$$

$$+ m = 0 \Rightarrow g(x) = -f(x) + 2 = 0 \Rightarrow x = 1 \rightarrow \text{bpt có đúng 1 nghiệm } x = 1.$$

$$+ m > 0 \text{ thì } g(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 2 \rightarrow 1 \text{ nghiệm } x = 1 \\ f(x) = \frac{1}{m} \end{cases}$$

Để bpt nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ thì $g(x) = 0$ có đúng 1 nghiệm đơn $x = 1$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{m} \leq \frac{1}{4} \Rightarrow m \geq 4 (\text{vì } m > 0).$$

Kết hợp với điều kiện $m \leq 10$ và $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = \{4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; 1; 1)$ và $N(-1; 0; 0)$. Xét hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1, có các cạnh song song với các trục tọa độ và các mặt phẳng $(ABCD)$, $(A'B'C'D')$ lần lượt có phương trình là $z = 0$ và $z = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $AM + C'N$ bằng

A. $2\sqrt{5}$.

B. $2\sqrt{6}$.

C. $2\sqrt{3}$.

D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $A(a; b; 0) \in (Oxy)$, vì $AC' = \sqrt{3}$ và $C' \in mp: z = 1$ nên tọa độ C' có thể xảy ra

+ TH1: $C'(a+1; b+1; 1)$

$$AM + C'N = \sqrt{(a-2)^2 + (b-1)^2 + 1^2} + \sqrt{(a+2)^2 + (b+1)^2 + 1^2} \geq \sqrt{4^2 + 2^2 + 2^2} = 2\sqrt{6},$$

$$\text{khi } \begin{cases} 2-a = a+2 \\ 1-b = b+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases} \rightarrow A(0; 0; 0) \equiv O \text{ (loại)}.$$

+ TH2: $C'(a+1; b-1; 1)$

$$AM + C'N = \sqrt{(a-2)^2 + (b-1)^2 + 1^2} + \sqrt{(a+2)^2 + (b-1)^2 + 1^2} \geq \sqrt{4^2 + 0^2 + 2^2} = 2\sqrt{5},$$

$$\text{khi } \begin{cases} 2-a = a+2 \\ 1-b = b-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=1 \end{cases} \rightarrow A(0;1;0) \in Oy \text{ (loại).}$$

$$+ \text{TH3: } C'(a-1; b+1; 1)$$

$$AM + C'N = \sqrt{(a-2)^2 + (b-1)^2 + 1^2} + \sqrt{a^2 + (b+1)^2 + 1^2} \geq \sqrt{2^2 + 2^2 + 2^2} = 2\sqrt{3},$$

$$\text{khi } \begin{cases} 2-a = a \\ 1-b = b+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=0 \end{cases} \rightarrow A(1;0;0) \in Ox \text{ (loại).}$$

$$+ \text{TH4: } C'(a-1; b-1; 1)$$

$$AM + C'N = \sqrt{(a-2)^2 + (b-1)^2 + 1^2} + \sqrt{a^2 + (b-1)^2 + 1^2} \geq \sqrt{2^2 + 0^2 + 2^2} = 2\sqrt{2},$$

$$\text{khi } \begin{cases} 2-a = a \\ 1-b = b-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases} \rightarrow A(1;1;0) \in (Oxy).$$

$$\text{Vậy } (AM + C'N)_{\min} = 2\sqrt{2} \text{ khi } A(1;1;0).$$

Câu 44: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 - 2mx^2 - (m^2 - 5m + 6)x$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$?

A. Vô số.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (-\infty; 0)$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 4mx - (m^2 - 5m + 6) \geq 0, \forall x \in (-\infty; 0) \quad (1)$$

$$\text{Ta có: } \Delta'_y = 7m^2 - 15m + 18 > 0, \forall m. \text{ Từ đó } (1) \Leftrightarrow \begin{cases} y'(0) \geq 0 \\ \frac{4m}{6} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 5m + 6 \leq 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 2 \leq m \leq 3.$$

$$\text{Vì } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = \{2; 3\}.$$

Câu 45: Có bao nhiêu cặp số thực $(a; b)$ sao cho phương trình $z^2 + az + b = 0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + i| = \sqrt{5}$ và $|z_2 - 5 - 2i| = 2\sqrt{5}$?

A. 5.

B. 6.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

TH1: $\Delta = b^2 - 4a > 0$, phương trình có hai nghiệm thực z_1, z_2 , khi đó:

$$\begin{cases} |z_1 + i| = \sqrt{5} \\ |z_2 - 5 - 2i| = 2\sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_1^2 + 1 = 5 \\ (z_2 - 5)^2 + 4 = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_1^2 = 4 \\ z_2^2 - 10z_2 + 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 2 \\ z_1 = -2 \\ z_2 = 1 \\ z_2 = 9 \end{cases}.$$

Trường hợp này có 4 cặp $(a; b)$ thỏa mãn.

TH2: $\Delta = b^2 - 4a = 0$, phương trình có nghiệm kép z_0 :

$$\begin{cases} |z_0 + i| = \sqrt{5} \\ |z_0 - 5 - 2i| = 2\sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_0^2 + 1 = 5 \\ (z_0 - 5)^2 + 4 = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_0^2 = 4 \\ z_0^2 - 10z_0 + 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_0 = 2 \\ z_0 = -2 \\ z_0 = 1 \\ z_0 = 9 \end{cases}.$$

Trường hợp này không có z_0 thỏa mãn nên không có cặp $(a; b)$ thỏa mãn.

TH3: $\Delta = b^2 - 4a < 0$, phương trình có hai nghiệm không thực z_1, z_2 :

Đặt $z_1 = x + yi$ và $z_2 = x - yi$, khi đó:

$$\begin{cases} |z_1 + i| = \sqrt{5} \\ |z_2 - 5 - 2i| = 2\sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x + yi + i| = \sqrt{5} \\ |x - yi - 5 - 2i| = 2\sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + (y+1)^2 = 5 \\ (x-5)^2 + (y+2)^2 = 20 \end{cases} (*)$$

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , xét $(C_1): \begin{cases} I_1(0; -1) \\ R_1 = \sqrt{5} \end{cases}$ và $(C_2): \begin{cases} I_2(5; -2) \\ R_2 = 2\sqrt{5} \end{cases}$.

Ta có $\overline{I_1 I_2} = (5; -1) \Rightarrow I_1 I_2 = \sqrt{26} < 3\sqrt{5} = R_1 + R_2$.

Nên (C_1) cắt (C_2) tại hai điểm nên $(*)$ có hai cặp nghiệm $(x; y)$.

Trường hợp này có 2 cặp $(a; b)$ thỏa mãn.

Câu 46: Có bao nhiêu số nguyên dương x sao cho ứng với mỗi x tồn tại đúng hai số thực y thỏa mãn

$$(\log_2^2 y - 3 \log_2 y + 2) \sqrt{3^y - x} = 0?$$

A. 78.

B. 72.

C. 79.

D. 73.

Lời giải

Chọn B

$$(\log_2^2 y - 3 \log_2 y + 2) \sqrt{3^y - x} = 0$$

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} y > 0 \\ y \geq \log_3 x \end{cases}$$

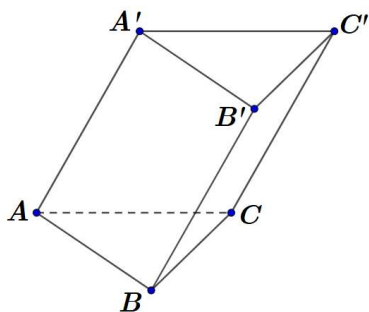
$$\text{Phương trình } \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2^2 y - 3 \log_2 y + 2 = 0 \\ 3^y - x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ y = 4 \\ y = \log_3 x \end{cases}.$$

Đề tồn tại đúng hai số thực $y \Leftrightarrow 2 \leq \log_3 x < 4 \Leftrightarrow 9 \leq x < 81 \Rightarrow x \in \{9; 10; \dots; 80\}$.

Câu 47: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , hình chiếu vuông góc của A lên (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Một mặt phẳng (P) chứa BC và vuông góc với

AA' cắt hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo một thiết diện có diện tích bằng $\frac{a^2 \sqrt{3}}{8}$. Thể tích khối

lăng trụ đã cho bằng



A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

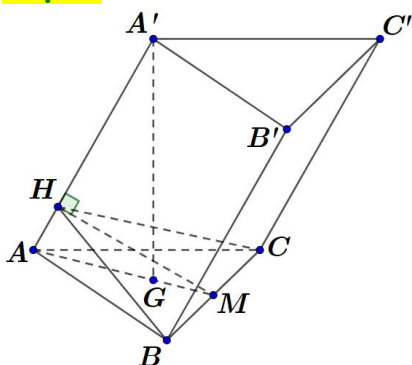
B. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{10}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm $BC \Rightarrow (AA'M)$ là mặt phẳng trung trực của $BC \Rightarrow BC \perp (AA'M)$.

Kẻ $MH \perp AA' \Rightarrow AA' \perp (HBC) \Rightarrow (HBC) \equiv (P)$.

Khi đó thiết diện tạo bởi (P) và lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là tam giác HBC .

Ta có $S_{HBC} = \frac{1}{2}HM \cdot BC = \frac{a^2\sqrt{3}}{8} \Leftrightarrow HM = \frac{a\sqrt{3}}{4} \Rightarrow d(G, AA') = \frac{2}{3}d(M, AA') = \frac{2}{3}HM = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Xét tam giác $A'GA$ vuông tại G , ta có:

$$\frac{1}{d^2(G, AA')} = \frac{1}{GA^2} + \frac{1}{GA'^2} \Leftrightarrow \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{3}\right)^2} + \frac{1}{GA'^2} \Leftrightarrow GA' = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^2\sqrt{3}}{12}.$$

Câu 48: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$ và góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 45° . Diện tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{9\pi a^2}{4}$.

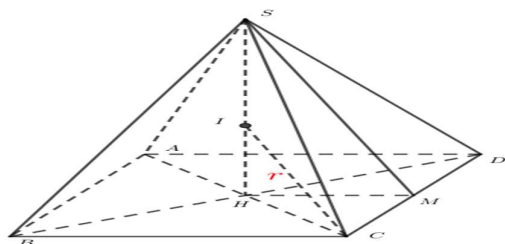
B. $3\pi a^2$.

C. $9\pi a^2$.

D. $36\pi a^2$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 45° nên góc $\widehat{SMH} = 45^\circ \Rightarrow SH = a$.

Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ nên ta có $I \in SH$ sao cho $IS = IA = IB = IC = ID = r$

$$\text{Ta có: } IC^2 - IH^2 = HC^2 \Leftrightarrow r^2 - (a-r)^2 = (a\sqrt{2})^2 \Leftrightarrow r = \frac{3a}{2}.$$

Vậy diện tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là: $V = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot \frac{9a^2}{4} = 9\pi a^2$.

Câu 49: Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x tồn tại $y \in [2;8]$ thoả mãn

$$(y-x)\log_2(x+y) = y+x^2$$

A. 5.

B. 8.

C. 4.

D. 7.

Lời giải

Chọn A

$$(y-x)\log_2(x+y) = y+x^2 \quad (1).$$

Do $y \in [2;8] \Rightarrow 2 \leq y+x^2 \leq 8 \Rightarrow VP(1) > 0$.

$$+ \text{ Nếu } \begin{cases} 0 < x+y \leq 1 \\ y-x \geq 0 \\ y \in [2;8] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x+y \leq 1 \\ y \geq x \\ y \in [2;8] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} VT(1) \leq 0 \\ VT(1) \geq 2 \end{cases} \text{ không có giá trị nào của } x \text{ thoả mãn.}$$

$$+ \text{ Nếu } \begin{cases} 0 < x+y \leq 1 \\ y-x < 0 \\ y \in [2;8] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x+y \leq 1 \\ y < x \\ y \in [2;8] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y \leq 1 \\ y \in [2;8] \end{cases} \text{ không thoả mãn.}$$

$$+ \text{ Nếu } \begin{cases} 1 < x+y \leq 2 \\ y-x \geq 0 \\ y \in [2;8] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < x+y \leq 2 \\ y \geq x \\ y \in [2;8] \end{cases} \Rightarrow (y-x)\log_2(x+y) \leq y-x < y+x^2 \text{ không có giá trị nào của } x \text{ thoả mãn.}$$

$$+ \text{ Nếu } \begin{cases} x+y > 2 \\ y-x > 0 \\ y \in [2;8] \end{cases}$$

Đặt $f(y) = (y-x)\log_2(x+y) - y - x^2, y \in [2;4]$.

$$f'(y) = \log_2(x+y) + \frac{(y-x)}{(x+y)\ln 2} - 1 > 0$$

$$\text{Do } \begin{cases} x+y > 2 \\ y \in [2;8] \end{cases} \Rightarrow \log_2(x+y) > 1 \Rightarrow \log_2(x+y) - 1 + \frac{(y-x)}{(x+y)\ln 2} > 0.$$

Do hàm số đồng biến. để phương trình $f(y) = 0$ có nghiệm khi

$$\begin{cases} f(2) \leq 0 \\ f(8) \geq 0 \\ x < y \\ y \in [2; 8] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2-x)\log_2(x+2) - 2 - x^2 \leq 0 \\ (8-x)\log_2(x+8) - 8 - x^2 \geq 0 \\ x < y \\ y \in [2; 8] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2-x)\log_2(x+2) \leq 2 + x^2 \\ (8-x)\log_2(x+8) \geq 2 + x^2 \\ -2 < x < y, x \in \mathbb{Z} \\ y \in [2; 8] \end{cases}$$

$$\begin{cases} (2-x)\log_2(x+2) \leq 2 + x^2 \\ (8-x)\log_2(x+8) \geq 2 + x^2 \Rightarrow x = -1, x = 0, x = 1, x = 2, x = 3. \\ x \in \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \end{cases}$$

Vậy có 5 giá trị nguyên thỏa mãn.

- Câu 50:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp hai liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $f(0) = 0, f'(0) = 1, f''(x) = f(x) + (3x+4)e^{2x}$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng
- A.** e^2 . **B.** $2e^4$. **C.** $2e^2$. **D.** e^4 .

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$\begin{aligned} f''(x) &= f(x) + (3x+4)e^{2x} \Leftrightarrow f''(x) - f(x) = (3x+4)e^{2x} \\ \Leftrightarrow \frac{f''(x) - f(x)}{e^x} &= (3x+4)e^x \Leftrightarrow \frac{f''(x)e^x - f(x)e^x}{e^{2x}} = (3x+4)e^x \\ \Leftrightarrow \frac{f''(x)e^x - f'(x)e^x}{e^{2x}} + \frac{f'(x)e^x - f(x)e^x}{e^{2x}} &= (3x+4)e^x \\ \Leftrightarrow \left(\frac{f'(x)}{e^x} \right)' + \left(\frac{f(x)}{e^x} \right)' &= (3x+4)e^x \end{aligned}$$

Lấy nguyên hàm hai vế ta được:

$$\frac{f'(x)}{e^x} + \frac{f(x)}{e^x} = \int (3x+4)e^x dx = (3x+1)e^x + C$$

Khi: $x = 0 \Rightarrow C = 0$

$$\text{Suy ra: } \frac{f'(x)}{e^x} + \frac{f(x)}{e^x} = (3x+1)e^x \Leftrightarrow f'(x) + f(x) = (3x+1)e^{2x}$$

$$\Leftrightarrow f'(x)e^x + f(x)e^x = (3x+1)e^{3x} \Leftrightarrow [f(x)e^x]' = (3x+1)e^{3x}$$

$$\Rightarrow f(x)e^x = \int (3x+1)e^{3x} dx = xe^{3x} + C_1$$

Lại có: $x = 0 \Rightarrow C_1 = 0$

Vậy: $f(x) = xe^{2x} \Rightarrow f(1) = e^2$.