ÔN TẬP SỐ PHỨC – 6-11-2023

Câu 1: Cho số phức z thỏa mãn $(4+3i)z=50-25i$. Số phức liên hợp của z có phần ảo bằng

A. 10 **B.** $-10i$ **C.** -10 **D.** $10i$

Câu 2: Cho số phức z thõa mãn $z+4i.\overline{z}=5-3i$. Khi đó số phức $15z$ có phần thực bằng

A. $\frac{23}{15}$. **B.** $-\frac{17}{15}$. **C.** 23. **D.** -17.

Câu 3: Cho số phức z thỏa mãn $4z+8i=6-3iz$. Khi đó môđun của số phức z bằng

A. $|z|=-2$. **B.** $|z|=4$. **C.** $|z|=2$. **D.** $|z|=-4$.

Câu 4: Cho hai số phức $z_1=m+1-2i$ và $z_1=2-(m+1)i$. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để $z_1.z_2-8+8i$ là một số thực.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 5: Cho số phức $z=x+yi$ $(x,y\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $(1+2i)\overline{z}+z=3-4i$. Tính giá trị của biểu thức $S=3x-2y$.

A. $S=-12$ **B.** $S=-11$ **C.** $S=-13$ **D.** $S=-10$

Câu 6: Cho số phức $z=a+bi\,(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $(1+i)z+2\overline{z}=3+2i$. Tính $P=a+b$

A. $P=1$ **B.** $P=-\frac{1}{2}$ **C.** $P=\frac{1}{2}$ **D.** $P=-1$

Câu 7: Cho hai số phức $z=6+3i$ và $w=1-5i$. Số phức $z-\text{w}$ bằng

A. $7-2i$. **B.** $-5-8i$. **C.** $5+8i$. **D.** $5-2i$.

Câu 8: Cho các số phức $z_1=2+3i$, $z_2=4+5i$. Số phức $\text{w}=2(z_2-z_1)$ bằng

A. $\text{w}=4+4i$. **B.** $\text{w}=8+15i$. **C.** $\text{w}=8-15i$. **D.** $\text{w}=4-4i$.

Câu 9: Tìm phần ảo của số phức $\overline{z}$, biết $z=\frac{(1+i)3i}{1-i}$.

A. -1 **B.** 0 **C.** -3 **D.** 3

Câu 10: Cho số phức z thỏa mãn: $\overline{z}=\frac{(1+\sqrt{3}i)^3}{1-i}$. Tìm môđun của $\overline{z}+iz$.

A. $4\sqrt{2}$. **B.** 4. **C.** $8\sqrt{2}$. **D.** 8.

Câu 11: Cho số phức $z=a+bi$ thỏa mãn $z(1+2i)^2+\overline{z}=-20+4i$. Giá trị a^2-b^2 bằng

A. 16. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 7.

Câu 12: Cho số phức z thỏa mãn $|z|-2\overline{z}=-7+3i+z$. Tính $|z|$?

A. 3. **B.** $\frac{13}{4}$. **C.** $\frac{25}{4}$. **D.** 5.

Câu 13: Gọi z_1, z_2 là nghiệm của phương trình $z^2-4z+29=0$. Biết z_1 có phần ảo âm. Tính $A={z_1}^2-2z_2+4z_1$

A. $17+50i$. **B.** $-17-50i$. **C.** $-17+50i$. **D.** $17-50i$.

Câu 14: Cho phương trình $z^2+6z+25=0$ có hai nghiệm z_1, z_2 với z_1 có phần ảo không âm. Tìm phần thực của số phức $w=(1+i){z_1}^2-z_1$

A. 18. **B.** -18 **C.** 20. **D.** -20.

Câu 15: Cho phương trình $z^2-az+b=0$ với $a,b\in\mathbb{R}$ nhận $z=1+4i$ làm nghiệm. Tính $a+b$.

A. 15. **B.** -15. **C.** 19. **D.** -19.

Câu 16: Biết phương trình $z^2+2z+m=0$ $(m\in\mathbb{R})$ có một nghiệm phức $z_1=-1+3i$ và z_2 là nghiệm phức còn lại. Số phức z_1+2z_2 là ?

A. $-3-3i$. **B.** $-3-9i$. **C.** $-3+3i$. **D.** $-3+9i$.

Câu 17: Phương trình bậc hai nào sau đây có nghiệm $1+2i$?

A. $z^2-2z+3=0$. **B.** $z^2+2z+5=0$.

C. $z^2-2z+5=0$. **D.** $z^2+2z+3=0$.

Câu 18: Nếu $z=i$ là một nghiệm phức của phương trình $z^2+az+b=0$ với $(a,b\in\mathbb{R})$ thì $a+b$ bằng

A. 2. **B.** -1. **C.** 1. **D.** -2.

Câu 19: Trên tập số phức , gọi z_1,z_2,z_3,z_4 là các nghiệm của phương trình $z^4+3z^2-4=0$. Tính $T=z_1+z_2+z_3+z_4$

A. -3 . **B.** 0 **C.** $1+2i$. **D.** $2+2i$.

Câu 20: Trên tập số phức, cho phương trình $4z^4+6z^2+1=0$. Số nghiệm **không** phải là số thực của phương trình trên là

A. 4 . **B.** 2 . **C.** 1 . **D.** 0 .

Câu 21: Trên tập số phức, cho phương trình $z^3+az+b=0$. Biết rằng $z=1+i$ là một nghiệm của phương trình . Khi đó $a-b$ bằng

A. -6 . **B.** 6 . **C.** 2 . **D.** -2 .

Câu 22: Cho số phức $z=1+2i$. Điểm biểu diễn của số phức $w=z+i\overline{z}$ trên mặt phẳng toạ độ là điểm nào dưới đây?

A. $Q(3;2)$. **B.** $N(2;3)$. **C.** $P(-3;3)$. **D.** $M(3;3)$.

Câu 23: Gọi z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2+2z+10=0$ trên tập hợp số phức, trong đó z_1 là nghiệm có phần ảo dương. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $w=3z_1-2z_2$?

A. $M(15;-2)$. **B.** $P(-1;15)$. **C.** $N(-2;15)$. **D.** $Q(15;-1)$.

Câu 24: Cho các số phức z thỏa mãn $|z+1-i|=|z-1+2i|$. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z trên mặt phẳng tọa độ là đường thẳng có phương trình là

A. $4x+6y-3=0$. **B.** $4x+6y+3=0$.

C. $4x-6y-3=0$. **D.** $4x-6y+3=0$.

Câu 25: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm biểu biễn các số phức z thỏa mãn $|z-1+2i|=|\overline{z}+1+2i|$ là đường thẳng có phương trình

A. $x-2y+1=0$. **B.** $x+2y=0$.

C. $x-2y=0$. **D.** $x+2y+1=0$.

Câu 26: Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-i|=|(1+i)z|$ là một đường tròn, tâm của đường tròn đó có tọa độ là

A. $(1;1)$. **B.** $(0;-1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 27: Cho các số phức z thỏa mãn $|z+1|=2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w=\left(1+i\sqrt{8}\right)z+i$ là một đường tròn. Bán kính r của đường tròn đó là

A. 9. **B.** 36. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 28: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\left|\frac{z-i}{z+i}\right|=1$ là

A. Đường thẳng $y=-x$.
B. Trục tung.
C. Đường thẳng $y=x$.
D. Trục hoành trừ điểm $(0;-1)$.

Câu 29: Tập hợp điểm biểu diễn của số phức z thoả mãn $|z+3-2i|+|z-3+i|=3\sqrt{5}$ là

A. Đường tròn.
B. Đoạn thẳng.
C. Đường thẳng.
D. Elip.

Câu 30: Cho số phức z thỏa mãn $|4z+3i|=|4z-4+5i|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z+i|$.

A. $\min P=\frac{1}{5}$.
B. $\min P=\sqrt{5}$.
C. $\min P=2\sqrt{5}$.
D. $\min P=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 31: Trong các số phức z thỏa mãn $|z-2-4i|=|z-2i|$, số phức z có module nhỏ nhất là

A. $z=1+i$.
B. $z=2-2i$.
C. $z=2+2i$
D. $z=1-i$

Câu 32: Cho số phức z thỏa mãn $|z-2-2i|=1$. Module nhỏ nhất của số phức z là:

A. 1.
B. $2\sqrt{2}-1$.
C. $2\sqrt{2}$.
D. $2\sqrt{2}+1$.

Câu 33: Cho số phức z thoả mãn $|z-2-3i|=1$. Tìm giá trị lớn nhất của $|z|$ là:

A. $\sqrt{13}$.
B. 1.
C. $\sqrt{13}+1$.
D. $\sqrt{13}-1$.

Câu 34: Với hai số phức z_1 và z_2 thỏa mãn $z_1+z_2=8+6i$ và $|z_1-z_2|=2$. Tìm giá trị lớn nhất của $P=|z_1|+|z_2|$.

A. $P=5+3\sqrt{5}$
B. $P=2\sqrt{26}$
C. $P=4\sqrt{6}$
D. $P=34+3\sqrt{2}$

Câu 35: Cho số phức z thỏa mãn $|z|=1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A=\left|1+\frac{5i}{z}\right|$.

A. 5
B. 4
C. 6
D. 8

Câu 36: Cho số phức z thỏa mãn $|z^2+4|=2|z|$. Kí hiệu M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $|z|$. Tìm môđun của số phức $\omega=M+mi$.

A. $|\omega|=2\sqrt{3}$
B. $|\omega|=\sqrt{3}$
C. $|\omega|=2\sqrt{5}$
D. $|\omega|=\sqrt{5}$

Câu 37: Cho số phức z thỏa mãn $|z^2-2iz|=2$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=|iz+1|$ bằng

A. 2.
B. 3.
C. $\sqrt{3}$.
D. $\sqrt{2}$.

Câu 38: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn điều kiện $\left|z+i\sqrt{5}\right|+\left|z-i\sqrt{5}\right|=6$, biết z có môđun bằng $\sqrt{5}$?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 39: Cho hai số phức z, w thỏa mãn $|z+w|=\sqrt{17}$, $|z+2w|=\sqrt{58}$ và $|z-2w|=5\sqrt{2}$. Giá trị của biểu thức $P=\overline{z}.w+z.\overline{w}$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 40: Gọi S là tổng các số thực m để phương trình $z^2-2z+1-m=0$ có nghiệm phức thỏa mãn $|z|=5$. Tính S.

A. $S=13$. **B.** $S=28$. **C.** $S=52$. **D.** $S=22$.

Câu 41: Cho các số thực b,c sao cho phương trình $z^2+bz+c=0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1-6-8i|=2\sqrt{10}$ và $(z_1+2i)(z_2-6)$ là số thuần ảo. Tổng hai nghiệm của hai nghiệm z_1, z_2 bằng

A. -20. **B.** 20. **C.** 8. **D.** -8.

Câu 42: Trong mặt phẳng hệ trục tọa độ Oxy, gọi M là điểm biểu diễn của số phức $\dfrac{z}{w}$ với z,w khác $0, z+w\neq 0$ và $\dfrac{1}{z}+\dfrac{3}{w}=\dfrac{3}{z+w}$. Khi đó OM bằng:

A. 2. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$.

Câu 43: Xét các số phức $z=x+yi,(x,y\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $|z-2-4i|=|z-2i|$ và $|z+i|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm $P=4x-2y$.

A. -2. **B.** 10. **C.** 4. **D.** 7.

Câu 44: Xét các số phức z thỏa mãn $(\overline{z}-8i)(z+8)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn hình học của z là một đường tròn có bán kính bằng

A. $4\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 45: Biết số phức z thõa mãn $|z-1|\leq 1$ và $z-\overline{z}$ có phần ảo không âm. Phần mặt phẳng biểu diễn số phức z có diện tích là:

A. 2π. **B.** π^2. **C.** $\dfrac{\pi}{2}$. **D.** π.

Câu 46: Trong các số phức z thỏa mãn $(z+i\overline{z}-4)$ là số thuần ảo. Số phức z có môđun nhỏ nhất là

A. $z=2+2i$. **B.** $z=-1+i$. **C.** $z=-2+2i$. **D.** $z=3+2i$.

Câu 47: Cho số phức z thỏa mãn $\left|\overline{z}-3+3i\right|=2$, số phức w thỏa mãn $\left|w+2-i\right|=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\left|w-z\right|$.

A. $\sqrt{21}-3$. **B.** $\sqrt{29}+3$. **C.** $\sqrt{29}-3$. **D.** $\sqrt{21}+3$.

Câu 48: Cho hai số phức z,w thoả $|z|=1;|w|=4$ và $z.\overline{w}+w.\overline{z}+8=0$. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $P=\left|\dfrac{z-i}{w+3i}\right|$. Khi đó $m-7M$ bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 49: Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z-2w|=4$ và $|3z+w|=5$.
Khi $|5z-3w+i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, hãy tính giá trị $|z-w+1|$.

A. $\dfrac{17\sqrt{2}}{7}$. **B.** 4. **C.** 2. **D.** $\dfrac{\sqrt{170}}{7}$.

Câu 50: Cho số phức z thỏa mãn $\left|z^2+6iz\right|=16$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\left|(3+4i)z-12+9i\right|$

A. 50. **B.** 25. **C.** 5. **D.** 20.

HẾT.

Hướng dẫn giải

Câu 1: Cho số phức z thỏa mãn $(4+3i)z=50-25i$. Số phức liên hợp của z có phần ảo bằng

A. 10 **B.** $-10i$ **C.** -10 **D.** $10i$

Lời giải

Ta có $(4+3i)z=50-25i \Leftrightarrow z=\dfrac{50-25i}{4+3i} \Leftrightarrow z=5-10i \Rightarrow \overline{z}=5+10i$

Vậy phần ảo của $\overline{z}$ bằng 10.

Câu 2: Cho số phức z thõa mãn $z+4i.\overline{z}=5-3i$. Khi đó số phức $15z$ có phần thực bằng

A. $\dfrac{23}{15}$. **B.** $-\dfrac{17}{15}$. **C.** 23. **D.** -17.

Lời giải

Gọi $z=a+bi$

Khi đó $z+4i.\overline{z}=5-3i \Leftrightarrow a+bi+4i(a-bi)=5-3i \Leftrightarrow (a+4b)+i(b+4a)=5-3i$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+4b=5 \\ 4a+b=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\dfrac{17}{15} \\ b=\dfrac{23}{15} \end{cases}.$$

Vậy $z=-\dfrac{17}{15}+\dfrac{23}{15}i \Rightarrow 15z=-17+23i$. Vậy phần thực của $15z$ bằng -17.

Câu 3: Cho số phức z thỏa mãn $4z+8i=6-3iz$. Khi đó môđun của số phức z bằng

A. $|z|=-2$. **B.** $|z|=4$. **C.** $|z|=2$. **D.** $|z|=-4$.

Lời giải

Ta có: $4z+8i=6-3iz \Leftrightarrow (4+3i)z=6-8i \Leftrightarrow z=\dfrac{6-8i}{4+3i}=-2i \Rightarrow |z|=2$.

Câu 4: Cho hai số phức $z_1=m+1-2i$ và $z_1=2-(m+1)i$. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để $z_1.z_2-8+8i$ là một số thực.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Ta có: $z_1.z_2-8+8i=(m+1-2i)\left[2-(m+1)i\right]-8+8i=-8+\left(-m^2-2m+3\right)i$.

Để $z_1.z_2-8+i$ là một số thực thì $-m^2-2m+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-3 \end{array}\right.$.

Vậy có hai giá trị của tham số m để $z_1.z_2-8+i$ là một số thực.

Câu 5: Cho số phức $z=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $(1+2i)\overline{z}+z=3-4i$. Tính giá trị của biểu thức $S=3x-2y$.

A. $S=-12$ **B.** $S=-11$ **C.** $S=-13$ **D.** $S=-10$

Lời giải

Có $(1+2i)\overline{z}+z=3-4i \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+2y=3 \\ 2x=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=-\dfrac{7}{3} \end{cases} \Rightarrow S=-13$.

Câu 6: Cho số phức $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $(1+i)z+2\overline{z}=3+2i$. Tính $P=a+b$

A. $P=1$ **B.** $P=-\dfrac{1}{2}$ **C.** $P=\dfrac{1}{2}$ **D.** $P=-1$

Lời giải

Ta có :

$(1+i)z+2\overline{z}=3+2i \Leftrightarrow (1+i)(a+bi)+2(a-bi)=3+2i$

$\Leftrightarrow 3a-b+(a+b)i=3+2i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a-b=3 \\ a-b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{1}{2} \\ b=-\dfrac{3}{2} \end{cases}$

Vậy $P=a+b=-1$.

Câu 7: Cho hai số phức $z=6+3i$ và $w=1-5i$. Số phức $z-w$ bằng

A. $7-2i$. **B.** $-5-8i$. **C.** $5+8i$. **D.** $5-2i$.

Lời giải

Ta có $z-\mathrm{w}=(6+3i)-(1-5i)=5+8i$.

Câu 8: Cho các số phức $z_1=2+3i$, $z_2=4+5i$. Số phức $\mathrm{w}=2(z_2-z_1)$ bằng

A. $\mathrm{w}=4+4i$. **B.** $\mathrm{w}=8+15i$. **C.** $\mathrm{w}=8-15i$. **D.** $\mathrm{w}=4-4i$.

Lời giải

Ta có $z_2-z_1=(4+5i)-(2+3i)=2+2i \Rightarrow w=2(z_2-z_1)=4+4i$.

Vậy số phức $\mathrm{w}=4+4i$.

Câu 9: Tìm phần ảo của số phức $\bar{z}$, biết $z=\dfrac{(1+i)3i}{1-i}$.

A. -1 **B.** 0 **C.** -3 **D.** 3

Lời giải

Ta có: $z=\dfrac{(1+i)3i}{1-i}=\dfrac{(1+i)^2 3i}{1-i^2}=\dfrac{2i.3i}{2}=-3 \Rightarrow \bar{z}=-3.$

Vậy phần ảo của số phức $\bar{z}$ là 0.

Câu 10: Cho số phức z thỏa mãn: $\bar{z}=\dfrac{\left(1+\sqrt{3}i\right)^3}{1-i}$. Tìm môđun của $\bar{z}+iz$.

A. $4\sqrt{2}$. **B.** 4. **C.** $8\sqrt{2}$. **D.** 8.

Lời giải

FB tác giả: Minh Thuận

$$\bar{z}=\frac{\left(1+\sqrt{3}i\right)^3}{1-i} \Leftrightarrow \bar{z}=-4-4i \Rightarrow z=-4+4i$$

$$iz=i(-4-4i)=-4-4i$$

$$\bar{z}+iz=-4-4i+(-4-4i)=-8-8i$$

$$\left|\bar{z}+iz\right|=\sqrt{(-8)^2+(-8)^2}=8\sqrt{2}$$

Câu 11: Cho số phức $z=a+bi$ thỏa mãn $z(1+2i)^2+\bar{z}=-20+4i$. Giá trị a^2-b^2 bằng

A. 16.   **B.** 1.   **C.** 5.   **D.** 7.

Lời giải

FB tác giả: Minh Thuận

Ta có

$(1+2i)^2=-3+4i$ và $\overline{z}=a-bi$. Do đó theo giả thiết ta được

$(a+bi)(-3+4i)+a-bi=-20+4i \Leftrightarrow (-2a-4b)+(4a-4b)i=-20+4i$.

Ta được hệ $\begin{cases}-2a-4b=-20\\4a-4b=4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=4\\b=3\end{cases}$.

Do đó $a^2-b^2=7$.

Câu 12: Cho số phức z thỏa mãn $|z|-2\overline{z}=-7+3i+z$. Tính $|z|$?

A. 3.   **B.** $\frac{13}{4}$.   **C.** $\frac{25}{4}$.   **D.** 5.

Lời giải

FB tác giả: Minh Thuận

Giả sử $z=x+yi\,(x,y\in\mathbb{R})$. Ta có:

$|z|-2\overline{z}=-7+3i+z \Leftrightarrow \sqrt{x^2+y^2}-2x+2yi=-7+x+(y+3)i$

$\Rightarrow \begin{cases}\sqrt{x^2+y^2}-2x=-7+x\\2y=y+3\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x=4\\y=3\end{cases}$. Vậy $|z|=5$.

Câu 13: Gọi z_1, z_2 là nghiệm của phương trình $z^2-4z+29=0$. Biết z_1 có phần ảo âm. Tính $A=z_1^2-2z_2+4z_1$

A. $17+50i$.   **B.** $-17-50i$.   **C.** $-17+50i$.   **D.** $17-50i$.

Lời giải

FB tác giả: Louis Nguyen

Ta có: $z^2-4z+29=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}z=2+5i\\z=2-5i\end{array}\right.$

Suy ra $z_1=2-5i,\ z_2=2+5i$

Vậy $A=z_1^2-2z_2+4z_1=-17-50i$

Câu 14: Cho phương trình $z^2+6z+25=0$ có hai nghiệm $z_1,\ z_2$ với z_1 có phần ảo không âm. Tìm phần thực của số phức $w=(1+i)z_1^{\ 2}-z_1$

A. 18. **B.** -18 **C.** 20. **D.** -20.

Lời giải

FB tác giả: Louis Nguyen

Ta có: $z^2+6z+25=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=-3+4i \\ z=-3-4i \end{array}\right.$

Suy ra: $z_1=-3+4i$.

Vậy $w=(1+i)z_1^{\ 2}-z_1=20-35i$ có phần thực là 20.

Câu 15: Cho phương trình $z^2-az+b=0$ với $a,b\in\mathbb{R}$ nhận $z=1+4i$ làm nghiệm. Tính $a+b$.

A. 15. **B.** -15. **C.** 19. **D.** -19.

Lời giải

FB tác giả: Louis Nguyen

Do phương trình $z^2-az+b=0$ nhận $z=1+4i$ suy ra nghiệm còn lại là $\overline{z}=1-4i$.

Theo Vi-ét ta có:

$$\begin{cases} z+\overline{z}=\dfrac{a}{1}=2 \\ z.\overline{z}=\dfrac{b}{1}=17 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=17 \end{cases}$$

Vậy $a+b=19$

Câu 16: Biết phương trình $z^2+2z+m=0$ $(m\in\mathbb{R})$ có một nghiệm phức $z_1=-1+3i$ và z_2 là nghiệm phức còn lại. Số phức z_1+2z_2 là ?

A. $-3-3i$. **B.** $-3-9i$. **C.** $-3+3i$. **D.** $-3+9i$.

Lời giải

Ta có $z_1+z_2=-2 \Rightarrow z_2=-2-z_1=-2-(-1+3i)=-1-3i$

$\Rightarrow z_1+2z_2=(-1+3i)+2(-1-3i)=-3-3i$.

Câu 17: Phương trình bậc hai nào sau đây có nghiệm $1+2i$?

A. $z^2-2z+3=0$. **B.** $z^2+2z+5=0$.

C. $z^2-2z+5=0$. **D.** $z^2+2z+3=0$.

Lời giải

Vì $1+2i$ là nghiệm của phương trình bậc hai $az^2+bz+c=0$ nên $1-2i$ cũng là nghiệm của phương trình bậc hai $az^2+bz+c=0$.

Ta có $\begin{cases}(1+2i)(1-2i)=5\\ 1+2i+1-2i=2\end{cases}$ suy ra $1+2i$ là nghiệm của phương trình bậc hai $z^2-2z+5=0$

.

Câu 18: Nếu $z=i$ là một nghiệm phức của phương trình $z^2+az+b=0$ với $(a,b\in\mathbb{R})$ thì $a+b$ bằng

A. 2. **B.** -1. **C.** 1. **D.** -2.

Lời giải

Phương trình có một nghiệm phức $z=i\Rightarrow$ phương trình còn một nghiệm phức nữa là $z'=-i$.

Khi đó ta có $\begin{cases}z+z'=0\\ z.z'=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-a=0\\ b=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\\ b=1\end{cases}$.

Nên $a+b=1$.

Câu 19: Trên tập số phức , gọi z_1,z_2,z_3,z_4 là các nghiệm của phương trình $z^4+3z^2-4=0$. Tính $T=z_1+z_2+z_3+z_4$

A. -3 . **B.** 0 **C.** $1+2i$. **D.** $2+2i$.

Lời giải

FB tác giả: Quang Mến Pham

Ta có $z^4+3z^2-4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z^2=1\\ z^2=-4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=1\\ z=-1\\ z=2i\\ z=-2i\end{array}\right.$.

Suy ra : T= $z_1+z_2+z_3+z_4=0$

Câu 20: Trên tập số phức, cho phương trình $4z^4+6z^2+1=0$. Số nghiệm **không** phải là số thực của phương trình trên là

A. 4 . **B.** 2 . **C.** 1 . **D.** 0 .

Lời giải

FB tác giả: Quang Mến Pham

Ta có : $4z^4+6z^2+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z^2=\dfrac{-3-\sqrt{5}}{4}<0 \\ z^2=\dfrac{-3+\sqrt{5}}{4}<0 \end{array}\right.$ nên phương trình đã cho có 4 nghiệm không phải là số thực

Câu 21: Trên tập số phức, cho phương trình $z^3+az+b=0$. Biết rằng $z=1+i$ là một nghiệm của phương trình . Khi đó $a-b$ bằng

A. -6 . **B.** 6 . **C.** 2 . **D.** -2 .

Lời giải

FB tác giả: Quang Mến Pham

$z=1+i$ là một nghiệm của phương trình $z^3+az+b=0$ nên ta có

$(1+i)^3+a(1+i)+b=0 \Leftrightarrow -2+2i+a(1+i)+b=0 \Leftrightarrow \begin{cases} a+b-2=0 \\ a+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=4 \end{cases}$

Suy ra: $a-b=-6$

Câu 22: Cho số phức $z=1+2i$. Điểm biểu diễn của số phức $w=z+i\overline{z}$ trên mặt phẳng toạ độ là điểm nào dưới đây?

A. $Q(3;2)$. **B.** $N(2;3)$. **C.** $P(-3;3)$. **D.** $M(3;3)$.

Lời giải

FB tác giả: Đỗ Phúc Thịnh

Ta có $w=z+i\overline{z}=1+2i+i(1-2i)=3+3i$.

Vậy điểm biểu diễn của số phức $w=z+i\overline{z}$ là điểm $M(3;3)$.

Câu 23: Gọi z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2+2z+10=0$ trên tập hợp số phức, trong đó z_1 là nghiệm có phần ảo dương. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $w=3z_1-2z_2$?

A. $M(15;-2)$. **B.** $P(-1;15)$. **C.** $N(-2;15)$. **D.** $Q(15;-1)$.

Lời giải

FB tác giả: Đỗ Phúc Thịnh

Ta có $z^2+2z+10=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1=-1+3i \\ z_2=-1-3i \end{array}\right.$.

Khi đó $w=3z_1-2z_2=3(-1+3i)-2(-1-3i)=-1+15i$.

Vậy điểm biểu diễn số phức $w=3z_1-2z_2$ là điểm $P(-1;15)$.

Câu 24: Cho các số phức z thỏa mãn $|z+1-i|=|z-1+2i|$. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z trên mặt phẳng tọa độ là đường thẳng có phương trình là

A. $4x+6y-3=0$. **B.** $4x+6y+3=0$.

C. $4x-6y-3=0$. **D.** $4x-6y+3=0$.

Lời giải

FB tác giả: Đỗ Phúc Thịnh

Gọi $z=x+yi \ (x,y\in\mathbb{R})$.

Ta có $|z+1-i|=|z-1+2i| \Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2+(y-1)^2}=\sqrt{(x-1)^2+(y+2)^2}$

$\Leftrightarrow x^2+2x+1+y^2-2y+1=x^2-2x+1+y^2+4y+4 \Leftrightarrow 4x-6y-3=0$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng có phương trình là $4x-6y-3=0$

Câu 25: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm biểu biễn các số phức z thỏa mãn $|z-1+2i|=|\overline{z}+1+2i|$ là đường thẳng có phương trình

A. $x-2y+1=0$. **B.** $x+2y=0$. **C.** $x-2y=0$. **D.** $x+2y+1=0$.

Lời giải

Đặt $z = x + yi\left(x, y \in \mathbb{R}\right) \Rightarrow \overline{z} = x - yi$ và $M\left(x; y\right)$ là điểm biểu diễn của số phức z.

Ta có: $\left|z - 1 + 2i\right| = \left|\overline{z} + 1 + 2i\right| \Leftrightarrow \left|x + yi - 1 + 2i\right| = \left|x - yi + 1 + 2i\right|$

$$\Leftrightarrow \left|\left(x-1\right)+\left(y+2\right)i\right| = \left|\left(x+1\right)+\left(2-y\right)i\right|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{\left(x-1\right)^2+\left(y+2\right)^2} = \sqrt{\left(x+1\right)^2+\left(2-y\right)^2}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 + 4y + 4 = x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4$$

$$\Leftrightarrow 4x - 8y = 0.$$

$$\Leftrightarrow x - 2y = 0$$

Vậy tập hợp các điểm biểu biễn các số phức z thỏa mãn yêu cầu bài toán là đường thẳng có phương trình là $x - 2y = 0$.

Câu 26: Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\left|z - i\right| = \left|\left(1+i\right)z\right|$ là một đường tròn, tâm của đường tròn đó có tọa độ là

A. $\left(1;1\right)$. **B.** $\left(0;-1\right)$. **C.** $\left(0;1\right)$. **D.** $\left(-1;0\right)$.

Lời giải

Đặt $z = x + yi\ \left(x, y \in \mathbb{R}\right)$.

Ta có $\left|z - i\right| = \left|\left(1+i\right)z\right|$.

$$\Leftrightarrow \left|x + \left(y-1\right)i\right| = \left|\left(1+i\right)\left(x+yi\right)\right| \Leftrightarrow \left|x + \left(y-1\right)i\right| = \left|\left(x-y\right)+\left(x+y\right)i\right|$$

$$\Leftrightarrow x^2 + \left(y-1\right)^2 = \left(x-y\right)^2 + \left(x+y\right)^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2y - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 + \left(y+1\right)^2 = 2.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn có tâm $\left(0;-1\right)$.

Câu 27: Cho các số phức z thỏa mãn $\left|z+1\right| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = \left(1 + i\sqrt{8}\right)z + i$ là một đường tròn. Bán kính r của đường tròn đó là

A. 9. **B.** 36. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

Gọi $w = x + yi\ \left(x, y \in \mathbb{R}\right)$

Theo đề bài ta có:

$w=\left(1+i\sqrt{8}\right)z+i \Leftrightarrow w-i=\left(1+i\sqrt{8}\right)z \Leftrightarrow w-i=\left(1+i\sqrt{8}\right)(z+1)-\left(1+i\sqrt{8}\right)$

$\Leftrightarrow w-i+1+i\sqrt{8}=\left(1+i\sqrt{8}\right)(z+1) \Leftrightarrow (x+1)+\left(y-1+\sqrt{8}\right)i=\left(1+i\sqrt{8}\right)(z+1)$

$\Rightarrow \sqrt{(x+1)^2+\left(y-1+\sqrt{8}\right)^2}=\sqrt{1^2+\left(\sqrt{8}\right)^2}.2 \Leftrightarrow (x+1)^2+\left(y-1+\sqrt{8}\right)^2=36$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w=\left(1+i\sqrt{8}\right)z+i$ là một đường tròn có bán kính $r=6$.

Câu 28: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\left|\frac{z-i}{z+i}\right|=1$ là

A. Đường thẳng $y=-x$.
B. Trục tung.
C. Đường thẳng $y=x$.
D. Trục hoành trừ điểm $(0;-1)$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Thế; Fb: Nguyễn Thị Thế

Đặt $z=x+yi$. Điều kiện: $z\neq -i$.

Ta có $\left|\frac{z-i}{z+i}\right|=1 \Leftrightarrow |z-i|=|z+i| \Leftrightarrow |x+yi-i|=|x+yi+i| \Leftrightarrow |x+(y-1)i|=|x+(y+1)i|$

$\Leftrightarrow \sqrt{x^2+(y-1)^2}=\sqrt{x^2+(y+1)^2} \Leftrightarrow x^2+y^2-2y+1=x^2+y^2+2y+1 \Leftrightarrow 4y=0$

$\Leftrightarrow y=0$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z là trục hoành trừ điểm $(0;-1)$.

Câu 29: Tập hợp điểm biểu diễn của số phức z thoả mãn $|z+3-2i|+|z-3+i|=3\sqrt{5}$ là

A. Đường tròn.
B. Đoạn thẳng.
C. Đường thẳng.
D. Elip.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Thế ; Fb: Nguyễn Thị Thế

Gọi $z=x+yi$, $(x,y\in\mathbb{R})$ có điểm $M(x;y)$ biểu diễn z trên mặt phẳng tọa độ.

Ta có: $|z+3-2i|+|z-3+i|=3\sqrt{5}$

$\Leftrightarrow \sqrt{(x+3)^2+(y-2)^2}+\sqrt{(x-3)^2+(y+1)^2}=3\sqrt{5} \quad (1)$.

Đặt $A(-3;2);B(3;-1)$, thì từ (1) ta có: $AM+BM=3\sqrt{5} \quad (2)$.

Mặt khác $\overrightarrow{AB}=(6;-3)\Rightarrow AB=3\sqrt{5} \quad (3)$.

Nên từ (2) và (3) suy ra M thuộc đoạn thẳng AB.

Câu 30: Cho số phức z thỏa mãn $|4z+3i|=|4z-4+5i|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z+i|$.

A. $\min P=\frac{1}{5}$. **B.** $\min P=\sqrt{5}$. **C.** $\min P=2\sqrt{5}$. **D.** $\min P=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Thế ; Fb: Nguyễn Thị Thế

Gọi $z=x+yi$ với $x,y\in\mathbb{R}$.

Khi đó : $|4z+3i|=|4z-4+5i| \Leftrightarrow (4x)^2+(4y+3)^2=(4x-4)^2+(4y+5)^2 \Leftrightarrow y=2x-2$

Do đó:

$$P=\sqrt{x^2+(y+1)^2}=\sqrt{5x^2-4x+1}=\sqrt{5\left(x^2-2.\frac{2}{5}.x+\frac{4}{25}\right)+\frac{1}{5}}=\sqrt{5\left(x-\frac{2}{5}\right)^2+\frac{1}{5}}\geq\frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$P_{\min}=\frac{\sqrt{5}}{5}$$

Câu 31: Trong các số phức z thỏa mãn $|z-2-4i|=|z-2i|$, số phức z có module nhỏ nhất là

A. $z=1+i$. **B.** $z=2-2i$. **C.** $z=2+2i$ **D.** $z=1-i$

Lời giải

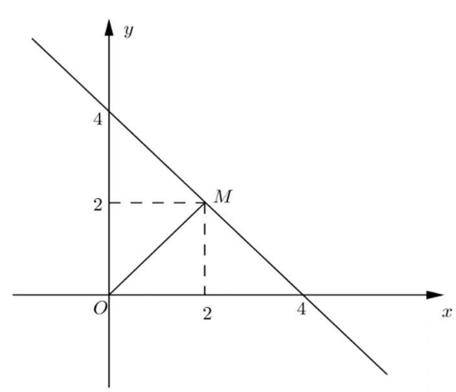
Tác giả: Đinh Nguyễn Khuyến ; Fb: Nguyễn Khuyến

Đặt $z=x+yi\left(x,y\in\mathbb{R}\right)$.

$$|z-2-4i|=|z-2i|\Leftrightarrow|(x-2)+(y-4)i|=|x+(y-2)i|$$

$$\Leftrightarrow\sqrt{(x-2)^2+(y-4)^2}=\sqrt{x^2+(y-2)^2}$$

$$\Leftrightarrow x+y-4=0\ \ (d).$$



Tập hợp điểm M biểu diễn số phức z là đường thẳng d.

Do đó $|z| = OM$ nhỏ nhất khi M là hình chiếu của O trên d.

Suy ra $M(2;2)$ hay $z = 2 + 2i$

Câu 32: Cho số phức z thỏa mãn $|z-2-2i| = 1$. Module nhỏ nhất của số phức z là:

A. 1. **B.** $2\sqrt{2}-1$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{2}+1$.

Lời giải

Tác giả: Đinh Nguyễn Khuyến ; Fb: Nguyễn Khuyến

Đặt $z = x + yi\,(x, y \in \mathbb{R})$. Ta có:

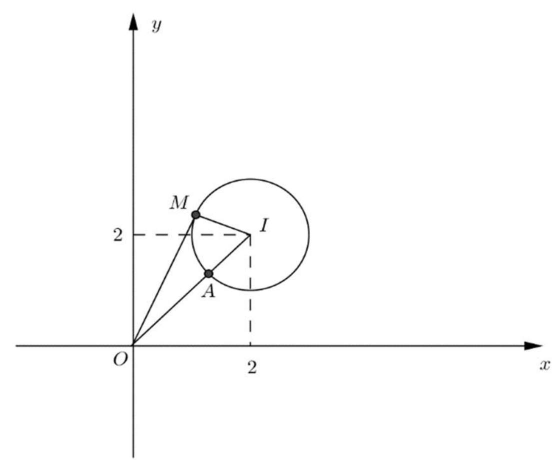
$$|z-2-2i| = 1 \Leftrightarrow |(x-2)+(y-2)i| = 1 \Leftrightarrow \sqrt{(x-2)^2+(y-2)^2} = 1 \Leftrightarrow (x-2)^2+(y-2)^2 = 1$$

.Tập hợp điểm M biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(2;2)$, bán kính $R = 1$. Ta có:

$$\begin{aligned} &OM + MI \ge OI \Leftrightarrow OM + MI \ge OA + IA \\ &\Leftrightarrow OM + R \ge OA + R \Leftrightarrow OM \ge OA \end{aligned}.$$

Vậy module nhỏ nhất của số phức z là:

$OA = OI - IA = OI - R = 2\sqrt{2}-1$ khi $M \equiv A$.



Câu 33: Cho số phức z thoả mãn $|z-2-3i| = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của $|z|$ là:

A. $\sqrt{13}$. **B.** 1. **C.** $\sqrt{13}+1$. **D.** $\sqrt{13}-1$.

Lời giải

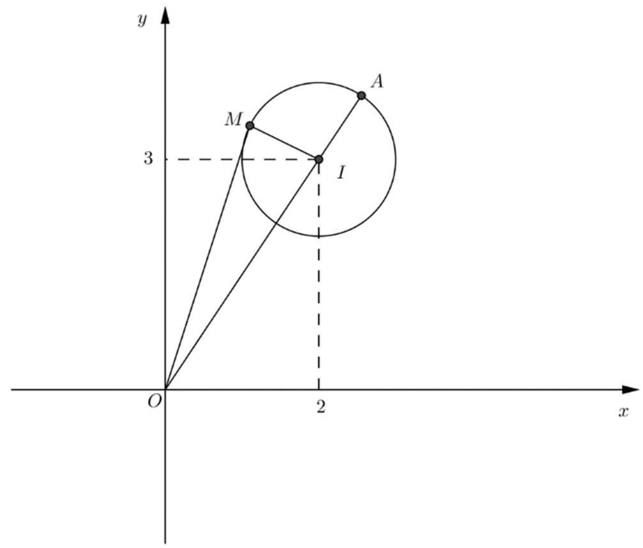
Tác giả: Đinh Nguyễn Khuyến ; Fb: Nguyễn Khuyến

Đặt $z = x + yi\left(x, y \in \mathbb{R}\right)$. Ta có: $\left|z - 2 - 3i\right| = 1 \Leftrightarrow \left|\left(x-2\right) + \left(y-3\right)i\right| = 1$

$\Leftrightarrow \left(x-2\right)^2 + \left(y-3\right)^2 = 1$.Tập hợp điểm M biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I\left(2;3\right)$, bán kính $R = 1$.

Ta có: $OM \le OI + IM = OI + IA = OA$

Hay $OM \le OA$. Vậy module lớn nhất của số phức z là: $OA = OI + R = \sqrt{13} + 1$ khi $M \equiv A$.



Câu 34: Với hai số phức z_1 và z_2 thỏa mãn $z_1 + z_2 = 8 + 6i$ và $\left|z_1 - z_2\right| = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của $P = \left|z_1\right| + \left|z_2\right|$.

A. $P = 5 + 3\sqrt{5}$ **B.** $P = 2\sqrt{26}$ **C.** $P = 4\sqrt{6}$ **D.** $P = 34 + 3\sqrt{2}$

Lời giải:

Fb tác giả: Thanh Loan Chu

Công thức trung tuyến: Cho 2 số phức z_1 và z_2 ta luôn có

$$\left|z_1 + z_2\right|^2 + \left|z_1 - z_2\right|^2 = 2\left(\left|z_1\right|^2 + \left|z_2\right|^2\right).$$

Theo giả thiết $z_1 + z_2 = 8 + 6i \Rightarrow \left|z_1 + z_2\right| = 10$.

Áp dụng công thức trên ta có

$$2\left(\left|z_1\right|^2 + \left|z_2\right|^2\right) = \left|z_1 + z_2\right|^2 + \left|z_1 - z_2\right|^2 = 2^2 + 10^2 = 104$$

$$\Rightarrow \left|z_1\right|^2 + \left|z_2\right|^2 \ge \frac{\left(\left|z_1\right| + \left|z_2\right|\right)^2}{2} \Rightarrow \left|z_1\right| + \left|z_2\right| \le \sqrt{2.52} = 2\sqrt{26}.$$

Vậy $P_{max} = 2\sqrt{26}$.

Câu 35: Cho số phức z thỏa mãn $|z|=1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A=\left|1+\frac{5i}{z}\right|$.

A. 5 **B.** 4 **C.** 6 **D.** 8

Lời giải

Fb tác giả: Thanh Loan Chu

Ta có $A=\left|1+\frac{5i}{z}\right|\le|1|+\left|\frac{5i}{z}\right|=1+\frac{5}{|z|}=6$. Vậy A lớn nhất bằng 6, khi $z=i$

Câu 36: Cho số phức z thỏa mãn $|z^2+4|=2|z|$. Kí hiệu M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $|z|$. Tìm môđun của số phức $\omega=M+mi$.

A. $|\omega|=2\sqrt{3}$ **B.** $|\omega|=\sqrt{3}$ **C.** $|\omega|=2\sqrt{5}$ **D.** $|\omega|=\sqrt{5}$

Lời giải:

Fb tác giả: Thanh Loan Chu

Sử dụng bất đẳng thức về môđun số phức $|z_1-z_2|\ge\left||z_1|-|z_2|\right|$, dấu "=" khi $z_1=kz_2$ với $k\ge 0$.

Ta có $|z^2+4|\ge\left||z^2|-4\right|\to 2|z|\ge\left||z^2|-4\right|$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}2|z|\ge|z^2|-4\Leftrightarrow|z^2|-2|z|-4\le 0\Rightarrow|z|\le 1+\sqrt{5}=M\\2|z|\ge 4-|z^2|\Leftrightarrow|z^2|+2|z|-4\le 0\Rightarrow|z|\ge -1+\sqrt{5}=m\end{cases}$$

Vậy $|\omega|=\sqrt{M^2+m^2}=2\sqrt{3}$.

Câu 37: Cho số phức z thỏa mãn $|z^2-2iz|=2$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=|iz+1|$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải

+ Ta có: $2=|z^2-2iz|=|z^2-2iz+i^2+1|=\left|(z-i)^2+1\right|\ge\left|(z-i)^2\right|-1$.

$\Rightarrow|z-i|^2\le 3\Leftrightarrow|z-i|\le\sqrt{3}$.

+ $P=|iz+1|=|i(z-i)|=|z-i|\le\sqrt{3}$. Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng $\sqrt{3}$.

Câu 38: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn điều kiện $\left|z+i\sqrt{5}\right|+\left|z-i\sqrt{5}\right|=6$, biết z có môđun bằng $\sqrt{5}$?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Gọi $z=a+bi$ với $a\in\mathbb{R}$, $b\in\mathbb{R}$. Ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases}\left|z+i\sqrt{5}\right|+\left|z-i\sqrt{5}\right|=6\\ |z|=\sqrt{5}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left|a+\left(b+\sqrt{5}\right)i\right|+\left|a+\left(b-\sqrt{5}\right)i\right|=6\\ |a+bi|=\sqrt{5}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{a^2+\left(b+\sqrt{5}\right)^2}+\sqrt{a^2+\left(b-\sqrt{5}\right)^2}=6\\ \sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{5}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{a^2+b^2+2\sqrt{5}b+5}+\sqrt{a^2+b^2-2\sqrt{5}b+5}=6\\ a^2+b^2=5\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{10+2\sqrt{5}b}+\sqrt{10-2\sqrt{5}b}=6\\ a^2+b^2=5\end{cases},$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}20+2\sqrt{100-20b^2}=36\\ a^2+b^2=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{100-20b^2}=8\\ a^2+b^2=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}100-20b^2=64\\ a^2+b^2=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=\dfrac{16}{5}\\ b^2=\dfrac{9}{5}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}a=\dfrac{4}{\sqrt{5}}\\ a=-\dfrac{4}{\sqrt{5}}\end{array}\right.\\ \left[\begin{array}{l}b=\dfrac{3}{\sqrt{5}}\\ b=-\dfrac{3}{\sqrt{5}}\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{4}{\sqrt{5}}\\ b=\dfrac{3}{\sqrt{5}}\end{cases}\vee\begin{cases}a=\dfrac{4}{\sqrt{5}}\\ b=-\dfrac{3}{\sqrt{5}}\end{cases}\vee\begin{cases}a=-\dfrac{4}{\sqrt{5}}\\ b=\dfrac{3}{\sqrt{5}}\end{cases}\vee\begin{cases}a=-\dfrac{4}{\sqrt{5}}\\ b=-\dfrac{3}{\sqrt{5}}\end{cases}.$$

Kết hợp với điều kiện ta có bốn số phức cần tìm là: $z=\dfrac{4}{\sqrt{5}}+\dfrac{3}{\sqrt{5}}i$, $z=\dfrac{4}{\sqrt{5}}-\dfrac{3}{\sqrt{5}}i$, $z=-\dfrac{4}{\sqrt{5}}+\dfrac{3}{\sqrt{5}}i$, $z=-\dfrac{4}{\sqrt{5}}-\dfrac{3}{\sqrt{5}}i$.

Câu 39: Cho hai số phức z, w thỏa mãn $|z+w|=\sqrt{17}$, $|z+2w|=\sqrt{58}$ và $|z-2w|=5\sqrt{2}$. Giá trị của biểu thức $P=\overline{z}.w+z.\overline{w}$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $|z|^2=z.\overline{z}$, $\overline{az_1+bz_2}=a\overline{z_1}+b\overline{z_2}$ nên

$|z+2w|=\sqrt{58}\Leftrightarrow|z+2w|^2=58\Leftrightarrow(z+2w)(\overline{z}+2\overline{w})=58$

$\Leftrightarrow|z|^2+2\overline{z}.w+2z.\overline{w}+4|w|^2=58\Leftrightarrow|z|^2+2P+4|w|^2=58$.

Tương tự $|z-2w|=5\sqrt{2}\Leftrightarrow|z|^2-2P+4|w|^2=50$.

Khi đó $\begin{cases}|z|^2+2P+4|w|^2=58\\|z|^2-2P+4|w|^2=50\end{cases}\Rightarrow 4P=8\Rightarrow P=2$.

Câu 40: Gọi S là tổng các số thực m để phương trình $z^2-2z+1-m=0$ có nghiệm thỏa mãn $|z|=5$. Tính S.

A. $S=13$. **B.** $S=28$. **C.** $S=52$. **D.** $S=22$.

Lời giải

Ta có: $z^2-2z+1-m=0\Leftrightarrow(z-1)^2=m\ \ (1)$

+) Với $m\ge 0$ thì $(1)\Leftrightarrow z=1\pm\sqrt{m}$. Do $|z|=5\Leftrightarrow|1\pm\sqrt{m}|=5\Rightarrow\left[\begin{array}{l}m=16\\m=36\end{array}\right.$.

+) Với $m<0$ thì $(1)\Leftrightarrow z=1\pm i\sqrt{-m}$.

Do $|z|=5\Leftrightarrow|1\pm i\sqrt{-m}|=5\Leftrightarrow 1-m=25\Leftrightarrow m=-24$.

Vậy $S=16+36-24=28$.

Câu 41: Cho các số thực b,c sao cho phương trình $z^2+bz+c=0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1-6-8i|=2\sqrt{10}$ và $(z_1+2i)(z_2-6)$ là số thuần ảo. Tổng hai nghiệm của hai nghiệm z_1, z_2 bằng

A. -20. **B.** 20. **C.** 8. **D.** -8.

Lời giải

Trường hợp 1: Nếu các nghiệm của phương trình là các số thực thì

$|z_1-6-8i|=|(z_1-6)+(-8)i|=\sqrt{(z_1-6)^2+64}>2\sqrt{10}$ mâu thuẫn với giả thiết.

Trường hợp 2: Các nghiệm phức của phương trình không là các số thực, khi đó với

$z_1=x+yi \Rightarrow z_2=\overline{z_1}=x-yi$.

Khi đó ta có $|z_1-6-8i|=2\sqrt{10} \Leftrightarrow (x-6)^2+(y-8)^2=40$ và

$(z_1+2i)(z_2-6)=[x+(y+2)i].[(x-6)-yi]=x.(x-6)+y.(y+2)+[(x-6).(y+2)-xy].i$

là một số thuần ảo khi và chỉ khi phần thực bằng 0 tức

$x.(x-6)+y.(y+2)=0 \Leftrightarrow x^2+y^2-6x+2y=0 \quad (2)$.

Giải hệ gồm (1) và (2): $\begin{cases}(x-6)^2+(y-8)^2=40\\ x^2+y^2-6x+2y=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=4\\ y=2\end{cases}$

$\Rightarrow z_1=4+2i,\ z_2=4-2i$. Vậy $z_1+z_2=8$

Câu 42: Trong mặt phẳng hệ trục tọa độ Oxy, gọi M là điểm biểu diễn của số phức $\frac{z}{w}$ với z,w khác 0, $z+w\neq 0$ và $\frac{1}{z}+\frac{3}{w}=\frac{3}{z+w}$. Khi đó OM bằng:

A. 2. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

FB tác giả: Tiến Điệp

Với hai số phức z,w khác 0 thỏa mãn $z+w\neq 0$, ta có:

$$\frac{1}{z}+\frac{3}{w}=\frac{3}{z+w}\Leftrightarrow\frac{w+3z}{zw}=\frac{3}{z+w}\Leftrightarrow(w+3z)(z+w)=3zw\Leftrightarrow 3z^2+zw+w^2=0$$

$$\Leftrightarrow 3\left(\frac{z}{w}\right)^2+\left(\frac{z}{w}\right)+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\frac{z}{w}=\frac{-1}{6}-\frac{\sqrt{11}}{6}i\\ \frac{z}{w}=\frac{-1}{6}+\frac{\sqrt{11}}{6}i\end{array}\right.$$

Suy ra $\left|\frac{z}{w}\right|=\sqrt{\left(-\frac{1}{6}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{11}}{6}\right)^2}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 43: Xét các số phức $z=x+y\mathrm{i},(x,y\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $|z-2-4\mathrm{i}|=|z-2\mathrm{i}|$ và $|z+i|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm $P=4x-2y$.

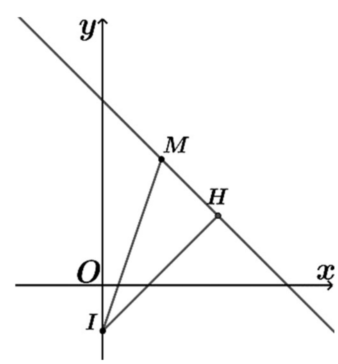
A. -2. **B.** 10. **C.** 4. **D.** 7.

Lời giải

FB tác giả: Tiến Điệp

Ta có $|z-2-4\mathrm{i}|=|z-2\mathrm{i}|\Leftrightarrow|(x-2)+(y-4)\mathrm{i}|=|x+(y-2)\mathrm{i}|$

$\Leftrightarrow(x-2)^2+(y-4)^2=x^2+(y-2)^2\Leftrightarrow x+y-4=0$.



Vậy tập hợp điểm $M(x;y)$ biểu diễn các số phức $z=x+y\mathrm{i},(x,y\in\mathbb{R})$ là đường thẳng $(\mathrm{d}):x+y-4=0$.

Gọi $I(0;-1)$ là điểm biểu diễn số phức $-i$. Vậy ta có $|z+i|_{\min}\Leftrightarrow IM_{\min}=IH$ với H là hình chiếu của điểm I lên đường thẳng (d).

Ta có $IH\perp d:x+y-4=0\Rightarrow IH=x-y+m=0$. Do $I(0;-1)\in IH\Rightarrow m=-1$. Vậy IH có phương trình là $x-y-1=0$.

Tọa độ điểm $H=(d)\cap IH$ thỏa mãn hệ $\begin{cases}x+y-4=0\\x-y-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{5}{2}\\y=\frac{3}{2}\end{cases}$.

$\Rightarrow P=4x-2y=7$.

Câu 44: Xét các số phức z thỏa mãn $\left(\overline{z}-8i\right)\left(z+8\right)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn hình học của z là một đường tròn có bán kính bằng

A. $4\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

FB tác giả: Huỳnh Trọng Nghĩa

Gọi $z=x+yi\ \left(x,y\in\mathbb{R}\right)$ có biểu diễn hình học là điểm $M\left(x;y\right)$.

Ta có $\left(\overline{z}-8i\right)\left(z+8\right)=\left[x-\left(y+8\right)i\right]\left(x+8+yi\right)$.

Phần thực của số phức trên là $x\left(x+8\right)+y\left(y+8\right)=x^2+y^2+8x+8y$.

Do đó $\left(\overline{z}-8i\right)\left(z+8\right)$ là số thuần ảo khi và chỉ khi $x^2+y^2+8x+8y=0$.

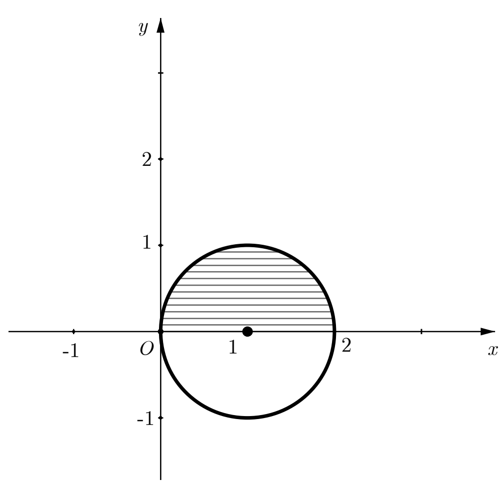
Khi đó quỹ tích của M là đường tròn tâm $I\left(-4;-4\right)$ và bán kính $R=\sqrt{\left(-4\right)^2+\left(-4\right)^2-0}=4\sqrt{2}$.

Câu 45: Biết số phức z thõa mãn $\left|z-1\right|\le 1$ và $z-\overline{z}$ có phần ảo không âm. Phần mặt phẳng biểu diễn số phức z có diện tích là:

A. 2π. **B.** π^2. **C.** $\dfrac{\pi}{2}$. **D.** π.

Lời giải

FB tác giả: Huỳnh Trọng Nghĩa



Đặt $z=x+yi,\left(x,y\in\mathbb{R}\right)\Rightarrow\overline{z}=x-yi$ khi đó ta có:

$\left|z-1\right|\le 1\Leftrightarrow \left|\left(x+yi\right)-1\right|\le 1$.

$\Leftrightarrow \left|\left(x-1\right)+yi\right|\le 1\Leftrightarrow \left(x-1\right)^2+y^2\le 1\ \left(1\right)$.

$z-\overline{z}=\left(x+yi\right)-\left(x-yi\right)=2yi$ có phần ảo không âm suy ra $y\ge 0\ \left(2\right)$.

Từ và ta suy ra phần mặt phẳng biểu diễn số phức z là nửa hình tròn tâm $I\left(1;0\right)$ bán kính $r=1$, diện tích của nó bằng $\frac{1}{2}\cdot \pi r^2=\frac{\pi}{2}$.

Câu 46: Trong các số phức z thỏa mãn $\left(z+i\overline{z}-4\right)$ là số thuần ảo. Số phức z có môđun nhỏ nhất là

A. $z=2+2i$. **B.** $z=-1+i$. **C.** $z=-2+2i$. **D.** $z=3+2i$.

Lời giải

FB tác giả: Đổng Quang Phúc

Gọi $z=a+bi$ (a, $b\in \mathbb{R}$). Khi đó $z+i\overline{z}-4=a+bi+i\left(a-bi\right)-4=a+b-4+\left(a+b\right)i$.

Vì $\left(z+i\overline{z}-4\right)$ là số thuần ảo nên $a+b-4=0\Leftrightarrow b=4-a$.

Khi đó: $\left|z\right|=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{a^2+\left(4-a\right)^2}=\sqrt{2a^2-8a+16}=\sqrt{2\left(a-2\right)^2+8}\ge 2\sqrt{2}$.

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=2 \end{cases}$.

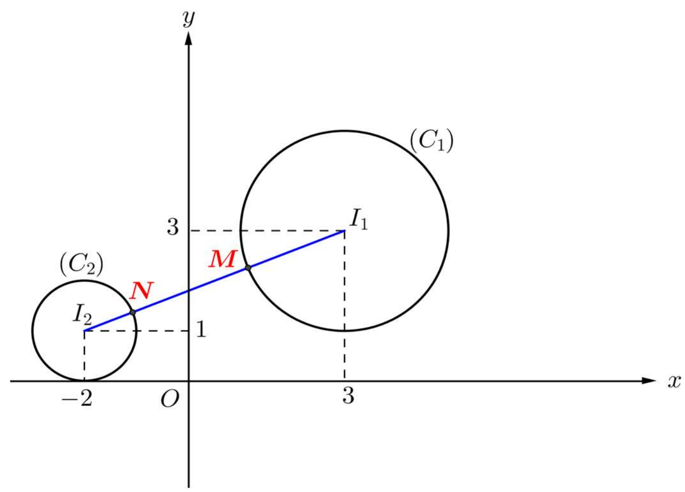
Vậy $z=2+2i$.

Câu 47: Cho số phức z thỏa mãn $\left|\overline{z}-3+3i\right|=2$, số phức w thỏa mãn $\left|w+2-i\right|=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\left|w-z\right|$.

A. $\sqrt{21}-3$. **B.** $\sqrt{29}+3$. **C.** $\sqrt{29}-3$. **D.** $\sqrt{21}+3$.

Lời giải

FB tác giả: Đổng Quang Phúc



Gọi $M(x;y)$ biểu diễn số phức $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$.

Ta có: $\left|\overline{z} - 3 + 3i\right| = 2 \Leftrightarrow \left|x - yi - 3 + 3i\right| = 2 \Leftrightarrow (x-3)^2 + (y-3)^2 = 4$.

Suy ra M thuộc đường tròn (C_1) có tâm $I_1(3;3)$, bán kính $R_1 = 2$.

Gọi N biểu diễn số phức w thì N thuộc đường tròn (C_2) có tâm $I_2(-2;1)$, bán kính $R_2 = 1$.

$\left|w - z\right| = MN$.

Giá trị nhỏ nhất của $\left|w - z\right|$ chính là giá trị nhỏ nhất của đoạn MN.

Ta có $\overrightarrow{I_1I_2} = (-5;-2) \Rightarrow I_1I_2 = \sqrt{29} > R_1 + R_2 = 3 \Rightarrow (C_1)$ và (C_2) ở ngoài nhau.

Do đó: $MN_{\min} = I_1I_2 - R_1 - R_2 = \sqrt{29} - 3$.

Câu 48: Cho hai số phức z, w thoả $|z| = 1; |w| = 4$ và $z.\overline{w} + w.\overline{z} + 8 = 0$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $P = \left|\dfrac{z - i}{w + 3i}\right|$. Khi đó $m - 7M$ bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Minh

Gọi $z = x_1 + y_1 i, w = x_2 + y_2 i$ $(x_1; x_2; y_1; y_2 \in \mathbb{R})$ và A, B lần lượt biểu diễn z và w.

Ta có $|z| = OA = 1; |w| = OB = 4$

Lúc đó $z.\overline{w}+w.\overline{z}+8=0 \Leftrightarrow (x_1+y_1i)(x_2-y_2i)+(x_1-y_1i)(x_2+y_2i)=-8$

$\Leftrightarrow x_1x_2+y_1y_2=-4 \Leftrightarrow \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=-4 \Leftrightarrow OA.OB.\cos\left(\widehat{\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}}\right)=-4$

$\Leftrightarrow \cos\left(\widehat{\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}}\right)=-1 \Rightarrow \widehat{AOB}=180^0$

$\Rightarrow \overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}$ ngược hướng nhau và $\overrightarrow{OB}=-4.\overrightarrow{OA}$

Lúc này ta đặt lại $A(x;y), B(-4x;-4y)$ lần lượt là 2 điểm biểu diễn z, w

Ta có $|z|=1 \Rightarrow x^2+y^2=1 \Rightarrow x^2=1-y^2 \geq 0 \Leftrightarrow -1\leq y\leq 1$

Lúc đó $P=\left|\dfrac{z-i}{w+3i}\right|=\left|\dfrac{x+(y-1)i}{-4x-(4y-3)i}\right|=\sqrt{\dfrac{x^2+(y-1)^2}{16x^2+(4y-3)^2}}$

$=\sqrt{\dfrac{1-y^2+(y-1)^2}{16(1-y^2)+(4y-3)^2}}=\sqrt{\dfrac{2y-2}{24y-25}}=f(y)$

Xét hàm số $f(y)=\sqrt{\dfrac{2y-2}{24y-25}}, y\in[-1;1] \Rightarrow f'(y)=\dfrac{\dfrac{-2}{(24y-25)^2}}{2.\sqrt{\dfrac{2y-2}{24y-25}}}<0, \forall y\in(-1;1)$

Ta có $M=P_{\max}=f(-1)=\dfrac{2}{7}$ và $m=P_{\min}=f(1)=0$

Vậy $m-7M=-2$.

Câu 49: Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z-2w|=4$ và $|3z+w|=5$. Khi $|5z-3w+i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, hãy tính giá trị $|z-w+1|$.

A. $\dfrac{17\sqrt{2}}{7}$. **B.** 4. **C.** 2. **D.** $\dfrac{\sqrt{170}}{7}$.

Lời giải

FB tác giả: Ngô Văn Toản

Ta có: $|z-2w|=4 \Rightarrow |2z-4w|=2|z-2w|=8$.

Đặt $\begin{cases} u = 2z - 4w \\ v = 3z + w \end{cases}$ thì $\begin{cases} |u| = 8 \\ |v| = 5 \end{cases}$ $\Rightarrow |u+v| \ge \big||u| - |v|\big| = |8-5| = 3 \ (1)$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow u = k_1 v$ với $k_1 \le 0$.

Lại có: $|(u+v)+i| \ge \big||u+v| - |i|\big| \ (2)$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow u + v = k_2 i$ với $k_2 \le 0$.

Do đó: $|u+v+i| \ge |3-1| = 2$ hay $|5z - 3w + i| \ge 2 \ (3)$.

Dấu "=" xảy ra đồng thời ở (1) và (2) $\Leftrightarrow \begin{cases} u = k_1 v \\ u + v = k_2 i \end{cases}$.

Suy ra: $\begin{cases} |u| = |k_1||v| \\ |u+v| = |k_2||i| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8 = 5|k_1| \\ 3 = |k_2| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |k_1| = \dfrac{8}{5} \\ |k_2| = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k_1 = -\dfrac{8}{5} \\ k_2 = -3 \end{cases}$.

Như vậy, dấu "=" xảy ra ở $(3) \Leftrightarrow \begin{cases} u = -\dfrac{8}{5} v \\ u + v = -3i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = -8i \\ v = 5i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2z - 4w = -8i \\ 3z + w = 5i \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} z = \dfrac{6i}{7} \\ w = \dfrac{17i}{7} \end{cases}$.

Khi đó: $z - w + 1 = 1 - \dfrac{11i}{7} \Rightarrow |z - w + 1| = \sqrt{1^2 + \left(-\dfrac{11}{7}\right)^2} = \sqrt{1 + \dfrac{121}{49}} = \sqrt{\dfrac{170}{49}} = \dfrac{\sqrt{170}}{7}$.

Vậy khi $|5z - 3w + i|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì giá trị $|z - w + 1| = \dfrac{\sqrt{170}}{7}$.

Câu 50: Cho số phức z thỏa mãn $|z^2 + 6iz| = 16$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |(3+4i)z - 12 + 9i|$

A. 50. **B.** 25. **C.** 5. **D.** 20.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Văn Hòa

Gọi $z = x + yi \ (x, y \in \mathbb{R})$

Ta có $P = |(3+4i)z - 12 + 9i| = |(3+4i)(z+3i)| = |3+4i||z+3i|$

$\Leftrightarrow P = 5|z+3i|$

$\Leftrightarrow P^2 = 25(|z+3i|)^2 = 25\left|(z+3i)^2\right| = 25\left|(z^2 + 6iz) - 9\right|$

$\Leftrightarrow P^2 \le 25\left(\left|z^2+6iz\right|+9\right)=25\cdot 25 \Leftrightarrow P \le 25$.

Dấu bằng xảy ra $\begin{cases} z^2+6iz=9k\, khi\left(k\le 0\right) \\ \left|z^2+6iz\right|=16 \end{cases} \Rightarrow k=-\dfrac{16}{9}$.

Khi đó $z^2+6iz=-16 \Leftrightarrow x^2-y^2-6y+\left(2xy+6x\right)i=-16$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-y^2-6y=-16 \\ 2x\left(y+3\right)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=0 \\ y=-3 \end{array}\right. \\ x^2-y^2-6y=-16 \end{cases}$.

Với $x=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y=2 \\ y=-8 \end{array}\right.$. Với $y=-3$ không có giá trị x thỏa mãn.

Vậy có hai số phức $z=2i$ hoặc $z=-8i$.