

BẢNG ĐÁP ÁN

1C	2A	3D	4A	5C	6A	7B	8B	9A	10B	11A	12B	13C	14A	15D
16A	17A	18A	19B	20D	21B	22A	23B	24A	25A	26D	27B	28A	29A	30A
31A	32B	33C	34C	35B	36C	37C	38D	39B	40B	41B	42D	43C	44D	45A
46C	47D	48B	49B	50D										

HƯỚNG DẪN GIẢI.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z}{-5}$ và $d': \frac{x+1}{-3} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z-1}{5}$.

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. d và d' cắt nhau. B. d và d' chéo nhau.
C. d và d' song song. D. d và d' trùng nhau.

Lời giải

Chọn C

d đi qua $M(2; -1; 0)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (3; 4; -5)$.

d' đi qua $N(-1; 2; 1)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = (-3; -4; 5)$.

Ta có $\frac{3}{-3} = \frac{4}{-4} = \frac{-5}{5}$ nên d và d' song song hoặc trùng nhau.

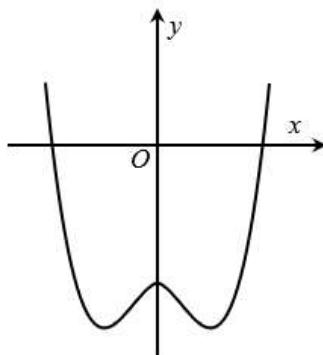
$M(2; -1; 0) \in d$

Thay tọa độ $M(2; -1; 0)$ vào d' ta có $\frac{2+1}{-3} = \frac{-1-2}{-4} = \frac{0-1}{5}$ (vô lí).

$\Rightarrow M(2; -1; 0) \notin d'$

Vậy d và d' song song.

Câu 2: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

B. $y = -x^4 + 2x^2 - 3$.

C. $y = \frac{2x-3}{x+1}$.

D. $y = x^3 - 2x^2 - 3$.

Lời giải

Chọn A

Đây là đồ thị hàm số bậc bốn với $a > 0$.

Câu 3: Biết $\int f(x)dx = \sin(3x - 2) + C$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $f(x) = -\frac{1}{3}\cos(3x - 2)$.

B. $f(x) = \cos(3x - 2)$.

C. $f(x) = -\frac{1}{3}\cos(3x - 2) + C$.

D. $f(x) = 3\cos(3x - 2)$.

Lời giải

Chọn D

$$\int f(x)dx = \sin(3x - 2) + C \Rightarrow f(x) = 3\cos(3x - 2).$$

Câu 4: Nếu $\int_1^3 f(2x)dx = 12$ thì $\int_2^6 [f(x) + 2x - 1]dx$ bằng
A. 52. B. 34. C. 50. D. 40.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \int_1^3 f(2x)dx = \frac{1}{2} \int_1^3 f(2x)d(2x) = 12 \Leftrightarrow \int_2^6 f(x)dx = 24$$

$$\text{Lại có } \int_2^6 [f(x) + 2x - 1]dx = \int_2^6 f(x)dx + \int_2^6 (2x - 1)dx = 24 + 28 = 52$$

Câu 5: Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log(2023x)$ là

A. $y' = \frac{2023}{x \ln 10}$. B. $y' = \frac{1}{2023x}$. C. $y' = \frac{1}{x \ln 10}$. D. $y' = \frac{\ln 10}{2023x}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 6: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2-3x}{5x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y = -\frac{3}{5}$.

B. $y = \frac{2}{5}$.

C. $x = -\frac{3}{5}$.

D. $y = \frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 7: Trong bài thi môn Toán, của kỳ thi tốt nghiệp THPT, có 50 câu trắc nghiệm, mỗi câu có 4 phương án lựa chọn và chỉ có một phương án đúng. Bạn Nam làm được chắc chắn 40 câu, còn 10 câu còn

lại Nam chọn ngẫu nhiên mỗi câu một phương án. Số cách khác nhau mà Nam có thể làm 10 câu còn lại là

A. C_{10}^4 .

B. 4^{10} .

C. 10^4 .

D. A_{10}^4 .

Lời giải

Chọn B

Do mỗi câu hỏi có 4 phương án trả lời nên số cách khác nhau mà Nam có thể làm 10 câu còn lại là: 4^{10}

Câu 8: Trên khoảng $(3; +\infty)$, hàm số $y = (x-3)^{\sqrt{2}}$ có đạo hàm là

- A. $y' = \sqrt{2} \ln(x-3)$. B. $y' = \sqrt{2}(x-3)^{\frac{1}{\sqrt{2}-1}}$.
 C. $y' = (x-3)^{\frac{1}{\sqrt{2}-1}}$. D. $y' = (x-3)^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \ln(x-3)$.

Lời giải

Chọn B

$$y' = \sqrt{2}(x-3)^{\frac{1}{\sqrt{2}-1}}.$$

Câu 9: Số phức $z = \frac{26+2i}{3-5i}$ có môđun là

- A. $2\sqrt{5}$. B. $5\sqrt{2}$. C. $3\sqrt{5}$. D. 20.

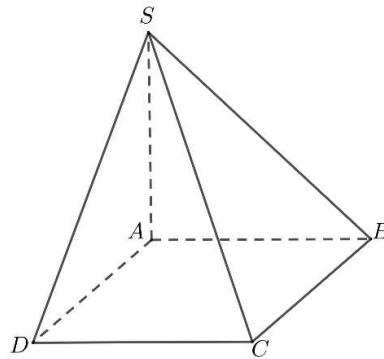
Lời giải

Chọn A

$$z = \frac{26+2i}{3-5i} = 2+4i \Rightarrow |z| = |2+4i| = 2\sqrt{5}$$

Câu 10: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng 3, góc $\widehat{BAD} = 120^\circ$, cạnh bên SA

vôong góc với mặt phẳng đáy và $SA = 4$ (tham khảo hình vẽ bên). Thể tích của khối chóp đã cho bằng



- A. $12\sqrt{3}$. B. $6\sqrt{3}$. C. $9\sqrt{3}$. D. $3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\widehat{BAD} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{ADC} = 60^\circ \Rightarrow \triangle ADC$ đều

$$\text{Khi đó: } S_{ABCD} = 2S_{ADC} = 2 \cdot \frac{3^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{2} \Rightarrow V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot \frac{9\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$$

Câu 11: Cho mặt cầu (S) tâm O , bán kính $R = 10$. Một mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có bán kính $r = 8$. Khoảng cách từ tâm O đến mặt phẳng (P) bằng

- A. 6. B. 5. C. 4. D. 7.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } d(O, (P)) = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6.$$

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa mặt phẳng (P): $x - y + z - 1 = 0$ và mặt phẳng (Oxy) có cosin bằng

A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -1; 1)$.

Mặt phẳng (Oxy) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Khi đó $\cos((P), (Oxy)) = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{k}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{k}|} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 13: Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{1}{3^{x+5}} > 27$ là

A. $(-\infty; -8]$.

B. $(-8; +\infty)$.

C. $(-\infty; -8)$.

D. $[-8; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\frac{1}{3^{x+5}} > 27 \Leftrightarrow 3^{-x-5} > 3^3 \Leftrightarrow -x-5 > 3 \Leftrightarrow x < -8$.

Vậy tập nghiệm $S = (-\infty; -8)$.

Câu 14: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 7$ và công sai $d = 3$. Giá trị của u_8 bằng

A. 28.

B. 24.

C. 21.

D. 31.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_8 = u_1 + 7d = 7 + 7.3 = 28$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P): $2x - y + 3 - \sqrt{2} = 0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_2 = (2; -1; 3)$.

B. $\vec{n}_4 = (2; 1; -3)$.

C. $\vec{n}_3 = (2; -1; \sqrt{2})$.

D. $\vec{n}_1 = (-2; 1; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 16: Số phức $z = (3-5i)(7+3i)$ có phần ảo là

A. -26 .

B. 36.

C. $-26i$.

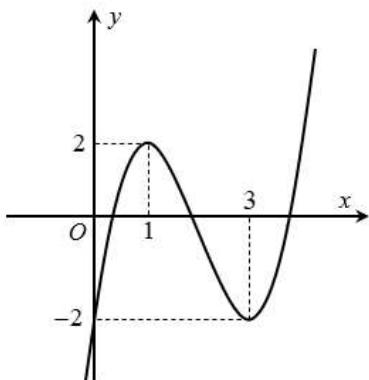
D. -36 .

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z = (3-5i)(7+3i) = 36 - 26i$. Phần ảo là -26 .

Câu 17: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm nào sau đây không thuộc đồ thị của hàm số?



- A.** $(3;2)$. **B.** $(0;-2)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(3;-2)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta thấy $(3; 2)$ không thuộc vào đồ thị hàm số.

- Câu 18: Nếu $\int_{-2}^3 [3f(x) - g(x)] dx = 5$ và $\int_{-2}^3 [f(x) + 2g(x)] dx = 11$ thì $\int_{-2}^3 [f(x) + g(x)] dx$ bằng
 A. 7. B. 9. C. 8. D. 6.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \begin{cases} 3 \int_{-2}^3 f(x) dx - \int_{-2}^3 g(x) dx = 5 \\ \int_{-2}^3 f(x) dx + 2 \int_{-2}^3 g(x) dx = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \int_{-2}^3 f(x) dx = 3 \\ \int_{-2}^3 g(x) dx = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \int_{-2}^3 [f(x) + g(x)] dx = 7$$

- Câu 19: Cho hàm $f(x) = \frac{1}{2x+5}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

 - A. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \ln(2x+5) + C$.
 - B. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \ln|2x+5| + C$.
 - C. $\int f(x) dx = 2 \ln|2x+5| + C$.
 - D. $\int f(x) dx = \ln|2x+5| + C$.

Lời giải

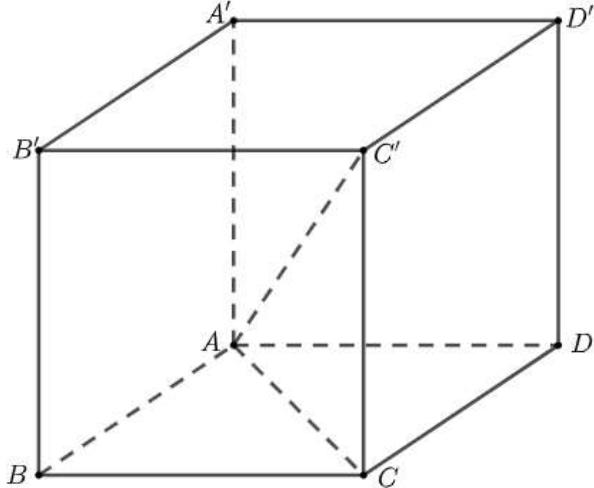
Chọn B

$$\text{Ta có: } \int f(x) dx = \int \left(\frac{1}{2x+5} \right) dx = \frac{1}{2} \ln|2x+5| + C.$$

- Câu 20:** Cho khối lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh đáy bằng 3, độ dài đường chéo AC' bằng 6. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $AC = 3\sqrt{2} \Rightarrow CC' = \sqrt{AC'^2 - AC^2} = 3\sqrt{2}$

$$V = 3\sqrt{2} \cdot 3^2 = 27\sqrt{2}.$$

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$. Điểm nào sau đây nằm bên trong mặt cầu (S) ?

- A. $(3;1;2)$. **B. $(1;2;0)$.** C. $(4;2;-3)$. D. $(-5;1;-4)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$ có tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R = 5$.

Với điểm $A(1;2;0)$, ta có: $IA = \sqrt{(1-1)^2 + (2-(-2))^2 + (0-3)^2} = 5 \Rightarrow IA = R$.

Vậy $A(1;2;0) \in (S)$.

Câu 22: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(2x-3) \geq \log_2(9-x)$ là

- A. $[4;9)$. B. $(4;+\infty)$. C. $[4;+\infty)$. D. $[4;9]$.

Lời giải

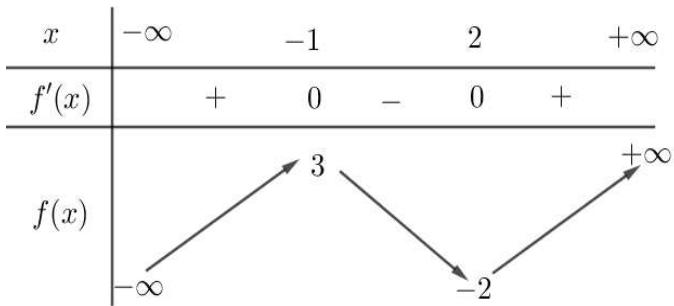
Chọn A

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 2x-3 > 0 \\ 9-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{3}{2} \\ x < 9 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{3}{2} < x < 9.$$

Ta có: $\log_2(2x-3) \geq \log_2(9-x) \Leftrightarrow 2x-3 \geq 9-x \Leftrightarrow 3x \geq 12 \Leftrightarrow x \geq 4$.

Đối chiếu điều kiện, suy ra tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = [4;9)$.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 3 . **B. $(-1; 3)$.** C. $(2; -2)$. D. -1.

Lời giải

Chọn B

Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là $(-1; 3)$.

- Câu 24: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức liên hợp của số phức $z = 5 - 7i$ là
A. $(5; 7)$. B. $(5; -7)$. C. $(-5; -7)$. D. $(-5; 7)$.

Lời giải

Chọn A

Số phức liên hợp của số phức $z = 5 - 7i$ là $\bar{z} = 5 + 7i$.

Vậy điểm biểu diễn số phức liên hợp của số phức $z = 5 - 7i$ là $(5; 7)$.

- Câu 25: Cho mặt cầu có đường kính là $2r$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

- A. $4\pi r^2$.** B. $8\pi r^2$. C. $\frac{4\pi r^2}{3}$. D. $\frac{4\pi r^3}{3}$.

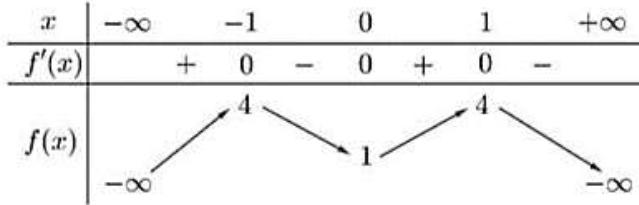
Lời giải

Chọn A

Mặt cầu có đường kính là $2r$, suy ra mặt cầu có bán kính là r .

Vậy diện tích của mặt cầu đã cho bằng $S = 4\pi r^2$.

- Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau:



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. 4 . B. -1. C. 0 . **D. 1.**

Lời giải

Chọn D

Giá trị cực tiểu của hàm số là $f(0) = 1$.

- Câu 27: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , biết tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - 3 + 4i| = 12$ là một đường tròn. Môđun nhỏ nhất của z bằng

A. 6 .

B. 7 .

C. 8 .

D. 9 .

Lời giải

Chọn B

Gọi $z = x + yi$ là số phức biểu diễn cho điểm $M(x; y)$

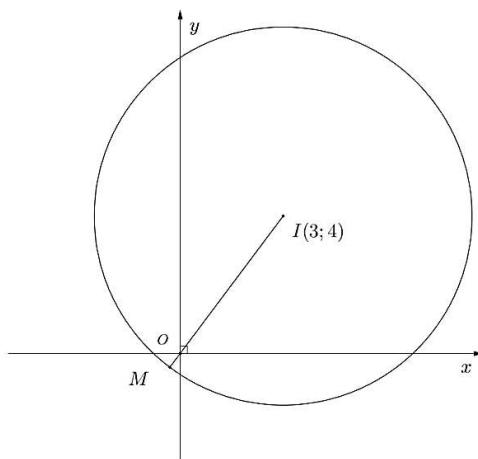
Từ đó suy ra $|z|$ biểu diễn cho độ dài OM

Ta có $\bar{z} = x - yi$

$$\begin{aligned} |\bar{z} - 3 + 4i| = 12 &\Leftrightarrow |x - yi - 3 + 4i| = 12 \Leftrightarrow |x - 3 - (y - 4)i| = 12 \Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2 + (y-4)^2} = 12 \\ &\Leftrightarrow (x-3)^2 + (y-4)^2 = 144 \end{aligned}$$

Do đó tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|\bar{z} - 3 + 4i| = 12$ là một đường tròn tâm

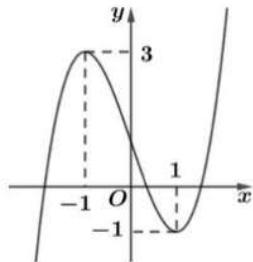
$I(3; 4)$, bán kính $R = 12$



Dựa vào hình vẽ, OM nhỏ nhất khi và chỉ khi ba điểm O, M, I thẳng hàng.

Vậy môđun nhỏ nhất của z bằng $|z|_{\min} = IM -OI = R -OI = 12 - 5 = 7$

Câu 28: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tập các giá trị của tham số m để phương trình $|f(x)| = m$ có 4 nghiệm phân biệt là



A. $(1; 3)$.

B. $(-1; 3)$.

C. $(0; 3)$.

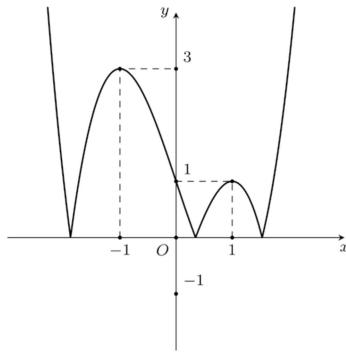
D. $(0; 1)$.

Lời giải

Chọn A

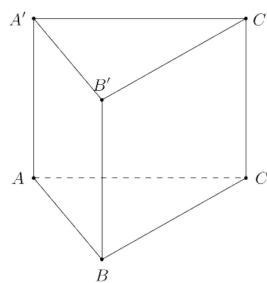
Xét phương trình $|f(x)| = m$ là phương trình hoành độ giao điểm giữa đồ thị $y = |f(x)|$ và đường thẳng $y = m$

Ta vẽ đồ thị $y = |f(x)|$ như hình bên dưới



Từ đó phương trình $|f(x)| = m$ có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m \in (1; 3)$.

- Câu 29: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a , độ dài cạnh bên bằng $\frac{3a}{2}$ (tham khảo hình bên). Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng



A. 60° .

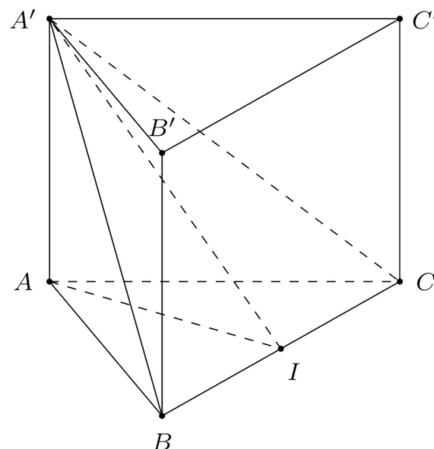
B. 45° .

C. 90° .

D. 30° .

Lời giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm của BC

Suy ra $AI \perp BC$, mà $BC \perp AA'$

Từ đó suy ra $BC \perp (AIA')$ suy ra $BC \perp A'I$

Suy ra góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) là góc $\widehat{AIA'}$

$$\text{Ta có } AI = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Trong tam giác AIA' vuông tại A có $\tan \widehat{AIA'} = \frac{AA'}{AI} = \frac{\frac{3a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{3}$

Do đó $\widehat{AIA'} = 60^\circ$

Câu 30: Cho $a, b > 0$ và $\log a = 25, \log b = 100$. Giá trị của $\log_a b$ bằng

A. 4.

B. 75.

C. $\frac{1}{4}$.

D. 125.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \log_a b = \frac{\log b}{\log a} = \frac{100}{25} = 4$$

Câu 31: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - 4x + 3)(x^2 - 9)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(1; +\infty)$.

B. $(-3; 1)$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $(-1; 2)$.

Lời giải

Chọn A

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \\ x = -3 \end{cases} .$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-3	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+

Từ bảng xét dấu ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 32: Một hộp đựng 20 viên bi, trong đó có 12 viên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 viên bi ra khỏi hộp. Xác suất để trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất một viên bi màu xanh là

A. $\frac{272}{285}$.

B. $\frac{271}{285}$.

C. $\frac{14}{285}$.

D. $\frac{270}{285}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Không gian mẫu } n(\Omega) = C_{20}^3.$$

Gọi A là biến cố trong ba viên bi lấy ra có ít nhất một viên bi màu xanh.

Suy ra \bar{A} là biến cố trong ba viên bi lấy ra không có viên bi xanh nào.

$$n(\bar{A}) = C_8^3.$$

$$P(\overline{A}) = \frac{n(\overline{A})}{n(\Omega)} = \frac{14}{285}$$

$$\text{Suy ra } n(A) = 1 - n(\overline{A}) = \frac{271}{285}.$$

Câu 33: Tích các nghiệm của phương trình $\log_5^2 x - \log_7 x \cdot \log_5 49 - 3 = 0$ bằng

A. 50.

B. 75.

C. 25.

D. 45.

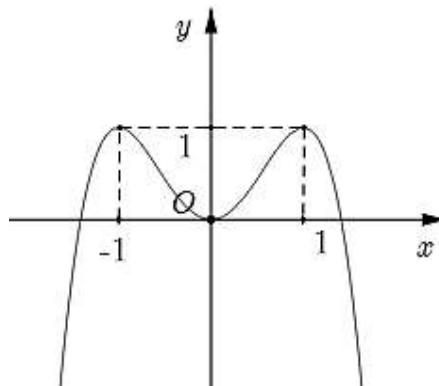
Lời giải

Chọn C

$$\log_5^2 x - \log_7 x \cdot \log_5 49 - 3 = 0 \Leftrightarrow \log_5^2 x - 2\log_5 x - 3 = 0 \begin{cases} \log_5 x = 3 \\ \log_5 x = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5^3 = 125 \\ x = 5^{-1} = \frac{1}{5} \end{cases}.$$

Vậy tích các nghiệm của phương trình là $125 \cdot \frac{1}{5} = 25$.

Câu 34: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1; 1)$.

B. $(-\infty; 1)$.

C. $(-\infty; -1)$.

D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 35: Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 3x + 2$ và $y = 0$ quanh trục Ox bằng

A. $\frac{\pi}{29}$.

B. $\frac{\pi}{30}$.

C. $\frac{\pi}{31}$.

D. $\frac{\pi}{32}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } V = \pi \int_1^2 (x^2 - 3x + 2)^2 dx = \frac{\pi}{30}.$$

- Câu 36:** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z+4}{-1}$. Đường thẳng d' là đối xứng của d qua trục Ox có phương trình là
 A. $\frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-4}{1}$. B. $\frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-4}{-1}$.
 C. $\frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-4}{1}$. D. $\frac{x+3}{-2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-4}{1}$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử $A(3; -2; -4) \in d \Rightarrow A'(3; 2; 4)$ là điểm đối xứng của A qua trục Ox .

Giả sử $B(1; 1; -3) \in d \Rightarrow B'(1; -1; 3)$ là điểm đối xứng của B qua trục Ox .

Ta có $\overrightarrow{A'B'} = (-2; -3; -1) = -1(2; 3; 1)$.

Đường thẳng d' đi qua hai điểm A', B' nên có phương trình $\frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-4}{1}$.

- Câu 37:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a, BC = 2a, SA$ vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Gọi M là trung điểm cạnh SC . Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SBD) bằng

A. $\frac{3a}{2}$.

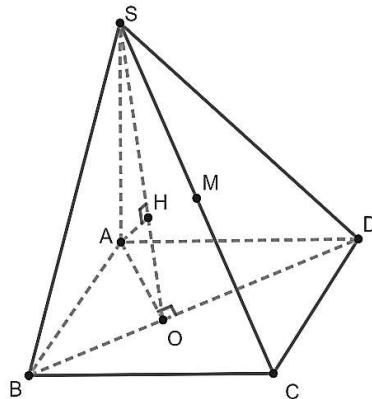
B. $\frac{3a}{4}$.

C. $\frac{a}{3}$.

D. $\frac{2a}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi O là hình chiếu của A lên $BD \Rightarrow AO \perp BD$

Gọi H là hình chiếu của điểm A trên $SO \Rightarrow AH \perp SO$.

Ta có $\begin{cases} BD \perp SA \\ BD \perp AO \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAO) \Rightarrow BD \perp AH$

Ta có $\begin{cases} AH \perp SO \\ AH \perp BD \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBD) \Rightarrow d(A; (SBD)) = AH$.

Xét tam giác ABD có $AO = \frac{AB \cdot AC}{\sqrt{AB^2 + AC^2}} = \frac{2\sqrt{5}a}{5}$

Xét tam giác SAO có $AH = \frac{SA \cdot AO}{\sqrt{SA^2 + AO^2}} = \frac{2a}{3}$.

Suy ra $d(M; (SBD)) = \frac{1}{2}d(M; (SBD)) = \frac{a}{3}$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;-4)$ và $B(-6;5;0)$. Măt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

- A. $4x - y + 2z + 8 = 0$. B. $4x - y - 2z - 8 = 0$. C. $4x + y - 2z + 8 = 0$. D. $4x - y - 2z + 8 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi I là trung điểm của đoạn $AB \Rightarrow I(-2;4;-2)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-8;2;4) = -2(4;-1;-2)$.

Măt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua điểm $I(-2;4;-2)$ và nhận $\overrightarrow{AB} = (4;-1;-2)$ là vectơ pháp tuyến, nên có phương trình

$$4(x+2) - 1(y-4) - 2(z+2) = 0 \Leftrightarrow 4x - y - 2z + 8 = 0.$$

Câu 39: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_7(225-x) < \log_3(\sqrt{225-x} + 2)$?

- A. 98.

- B. 48.**

- C. 75.

- D. 49.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x < 225$

Đặt: $\sqrt{225-x} = t (t > 0)$ nên: $\log_7 t^2 < \log_3(t+2) \Leftrightarrow 2\log_7 t - \log_3(t+2) < 0$

$$\text{Xét hàm số: } f(t) = 2\log_7 t - \log_3(t+2) \Rightarrow f'(t) = \frac{2}{t \ln 7} - \frac{1}{(t+2)\ln 3} = \frac{2(t+2)\ln 3 - t \ln 7}{t(t+2)\ln 3 \ln 7}$$

Với $t > 0$, $2(t+2)\ln 3 - t \ln 7 = 2t \ln 3 + 4\ln 3 - t \ln 7 = t(\ln 9 - \ln 7) + 4\ln 3 > 0$

Nên $f'(t) > 0 \Rightarrow$ hàm số $f(t)$ đồng biến trên: $(0; +\infty)$ mà: $f(t) < 0 = f(7) \Rightarrow 0 < t < 7$

$$\Rightarrow 0 < \sqrt{225-x} < 7 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 225 \\ 225-x < 49 \end{cases} \Leftrightarrow 176 < x < 225$$

Do $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ có 48 giá trị nguyên x thỏa mãn.

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $f^3(x) + 3f(x) - 4 = x, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó

$\int_0^{10} f(x)dx$ có giá trị bằng

- A. $\frac{61}{4}$.

- B. $\frac{63}{4}$.**

- C. $\frac{65}{4}$.

- D. $\frac{59}{4}$.

Lời giải

Chọn B

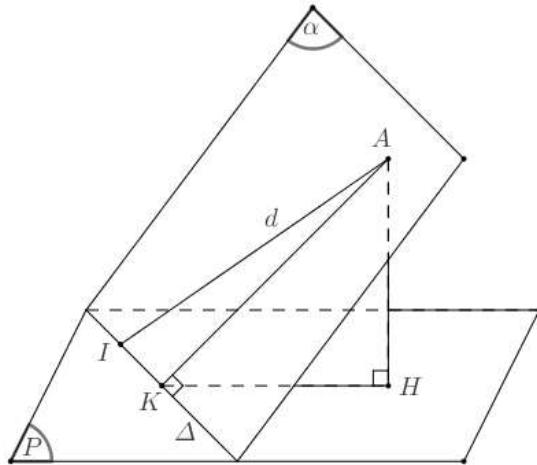
Đặt $u = f(x) \Rightarrow u^3 + 3u - 4 = x \Rightarrow (3u^2 + 3)du = dx$

$$\text{Đổi cận: } \begin{cases} x=0 \Rightarrow f(x)=1 \\ x=10 \Rightarrow f(x)=2 \end{cases} \Rightarrow \int_0^{10} f(x)dx = \int_1^2 (3u^2 + 3)du = \frac{63}{4}.$$

- Câu 41:** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{2}$ và mặt phẳng $(P): x - y - z + 2 = 0$. Mặt phẳng (α) chứa d và tạo với (P) một góc nhỏ nhất có phương trình là
 A. $-5x + y + z + 4 = 0$. B. $9x - y - 3z - 2 = 0$.
 C. $3x - y - 5 = 0$. D. $-13x + 3y + 2z + 13 = 0$.

Lời giải

Chọn B



d đi qua $A(1; -2; 3)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u}(1; 3; 2)$.

(α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(1; -1; -1)$; $\vec{u} \cdot \vec{n} \neq 0$. Suy ra, d cắt (α) tại I .

Gọi $\Delta = (P) \cap (\alpha)$; H, K lần lượt là hình chiếu của A trên (P) và Δ .

Suy ra, $\Delta \perp (AHK) \Rightarrow \widehat{(P), (\alpha)} = \widehat{AKH}$.

Ta có, $\sin(\widehat{(P), (\alpha)}) = \sin \widehat{AKH} = \frac{AH}{AK} \geq \frac{d(A, P)}{AI} = \text{const}$. Đẳng thức xảy ra khi $K \equiv I$.

Vậy (α) chứa d và tạo với (P) một góc nhỏ nhất khi (α) chứa d và vuông góc với (AIH) .

(AIH) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = [\vec{u}, \vec{n}] = (-1; 3; -4)$. Suy ra, (α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = [\vec{u}, \vec{n}_1] = (-18; 2; 6)$. Mà (α) đi qua $A(1; -2; 3)$ nên: $(\alpha): 9x - y - 3z - 2 = 0$.

- Câu 42:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2023; 2023]$ để hàm số

$$y = \left| -\frac{1}{3}x^3 + (m+3)x^2 + (m+1)x - 4 \right| \text{ đồng biến trên khoảng } (1; 2) ?$$

- A. 4046 . B. 2024 . C. 2023 . D. 4045 .

Lời giải

Chọn D

$$\text{Đặt } f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + (m+3)x^2 + (m+1)x - 4.$$

$$\text{Suy ra } f'(x) = -x^2 + 2(m+3)x + m+1 = m(2x+1) - x^2 + 6x + 1.$$

Hàm số $y = |f(x)|$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$ khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{l} f'(x) \geq 0, \forall x \in (1; 2) \\ f(1) \geq 0 \end{array} \right] \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} m \geq \frac{x^2 - 6x - 1}{2x + 1}, \forall x \in (1; 2) \\ 2m - \frac{1}{3} \geq 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} m \geq -\frac{9}{5} \\ m \geq \frac{1}{6} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \geq \frac{1}{6} \\ m \leq -2 \end{array} \right. \\ & \left[\begin{array}{l} f'(x) \leq 0, \forall x \in (1; 2) \\ f(1) \leq 0 \end{array} \right] \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} m \leq \frac{x^2 - 6x - 1}{2x + 1}, \forall x \in (1; 2) \\ 2m - \frac{1}{3} \leq 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} m \leq \frac{1}{6} \\ m \leq -2 \end{array} \right. \end{aligned}$$

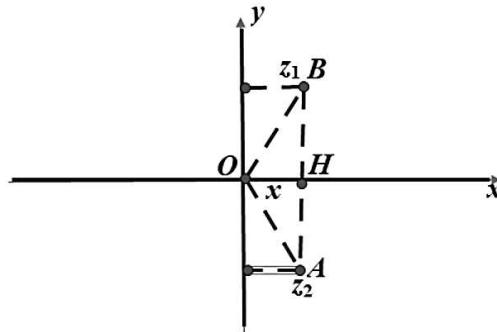
Vì m nguyên nên $m \in \{-2023; -2022; \dots; -2; 1; 2; \dots; 2023\}$.

Vậy có tất cả 4045 giá trị m thỏa yêu cầu bài toán.

- Câu 43:** Trên tập số phức, xét phương trình $z^2 - 2mz + m^2 + m + 8 = 0$ (m là tham số thực). Tổng các giá trị của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 và hai điểm biểu diễn z_1, z_2 trên mặt phẳng phức cùng với gốc tọa độ tạo thành một tam giác có diện tích bằng 3 là
A. 8. **B.** -12. **C.** -8. **D.** 12.

Lời giải

Chọn C



$$z^2 - 2mz + m^2 + m + 8 = 0$$

$$\Delta' = -m - 8$$

Vì số thực cũng là số phức với phần ảo bằng 0

$$\text{TH1: } \Delta' > 0 \Leftrightarrow -m - 8 > 0 \Leftrightarrow m < -8$$

Phương trình có hai nghiệm $z_1 = a; z_2 = b \Rightarrow z_1, z_2 \in \text{Ox}$

Nên không thể tạo tam giác.

$$\text{TH2: } \Delta' < 0 \Leftrightarrow -m - 8 < 0 \Leftrightarrow m > -8$$

$$\text{Có: } S_{OAB} = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot OH \cdot AB = 3$$

$$\Leftrightarrow OH \cdot AB = 6$$

$$OH = |x_{z_1}| = |x_{z_2}| = \left| \frac{-b}{2a} \right| = |m|$$

$$BA = 2 \cdot BH = 2 \cdot y_{z_1} = \frac{2 \cdot \sqrt{m+8}}{2} = \sqrt{m+8}$$

$$\Rightarrow |m| \cdot \sqrt{m+8} = 6$$

$$\Leftrightarrow m^2(m+8) = 36$$

$$\Leftrightarrow m^3 + 8m^2 - 36 = 0$$

Áp dụng viet: $m_1 + m_2 + m_3 = \frac{-b}{a} = -8$. **Chọn C**

- Câu 44:** Cho hình trụ có tâm của hai đáy là O và O' , bán kính đáy bằng a , chiều cao bằng $2a$. Hai điểm M, N lần lượt nằm trên hai đường tròn đáy (O) và (O') sao cho đường thẳng MN tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Khoảng cách từ tâm O đến mặt phẳng (MNO') bằng

A. $\frac{2a\sqrt{11}}{11}$.

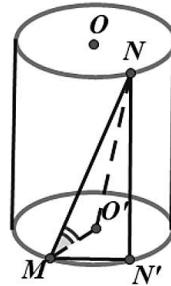
B. $\frac{a\sqrt{22}}{11}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

D. $\frac{2a\sqrt{22}}{11}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: MN tạo với mặt đáy một góc

$$\widehat{NMN'} = 60^\circ$$

$$\Rightarrow MN = \frac{NN'}{\sin 60^\circ} = \frac{4\sqrt{3}}{3}a$$

$$MN' = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$$

$$\Rightarrow \widehat{MO'N'} = 70,728^\circ$$

Góc $\widehat{MO'N'}$ là góc giữa MO' và $O'N'$. Mà: $O'N' \parallel ON$

Suy ra: góc giữa $O'M$ và ON bằng $70,528^\circ$

$$O'N = \sqrt{NN'^2 + O'N'^2} = \sqrt{5}a$$

Ta có:

$$O'M = a; O'N = \sqrt{5}a; MN = \frac{4\sqrt{3}}{3}a$$

$$\Rightarrow S_{\Delta O'MN} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \frac{\sqrt{11} \cdot a^2}{3}$$

Ta có

$$V_{O.MO'N} = \frac{1}{6} \cdot ON \cdot O'M \cdot \sin 70,528^\circ = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S_{\Delta O'MN}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{6} \cdot a \cdot a \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot 2a = \frac{1}{3} \cdot h \cdot \frac{\sqrt{11}}{3} \cdot a^2$$

$$\Leftrightarrow h = \frac{2a\sqrt{22}}{11}$$

Chọn D

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số bậc ba thỏa mãn:

$$f(1) = 0 \text{ và } 2(x+3)f'(x) - f(x) = (5x^2 + 3x - 16)(x+3), \forall x \in \mathbb{R}.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành là

- A. $\frac{131}{4}$. B. $\frac{133}{4}$. C. $\frac{135}{4}$. D. $\frac{129}{4}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Giả sử } f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (a \neq 0) \Rightarrow f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

Khi đó

$$2(x+3)f'(x) - f(x) = (5x^2 + 3x - 16)(x+3)$$

$$\Leftrightarrow 2(x+3)(3ax^2 + 2bx + c) - (ax^3 + bx^2 + cx + d) = (5x^2 + 3x - 16)(x+3)$$

$$\Leftrightarrow 5ax^3 + (3b + 18a)x^2 + (c + 12b)x + 6c - d = 5x^3 + 18x^2 - 7x - 48$$

Đồng nhất hệ số ta được

$$\begin{cases} 5a = 5 \\ 3b + 18a = 18 \\ 12b + c = -7 \\ 6c - d = -48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -7 \\ d = 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = x^3 - 7x + 6$$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của $y = f(x)$ và trục hoành:

$$x^3 - 7x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{Diện tích hình phẳng cần tìm là } S = \int_{-3}^2 |x^3 - 7x + 6| dx = \frac{131}{4}.$$

Câu 46: Cho phương trình $\log_{\sqrt{2}}(mx - 6x^3) + 2 \log_{\frac{1}{2}}(-14x^2 + 29x - 2) = 0$ (m là tham số). Có bao nhiêu

giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt?

A. 2 .

B. 1.

C. 0 .

D. Vô số.

Lời giải

Chọn C

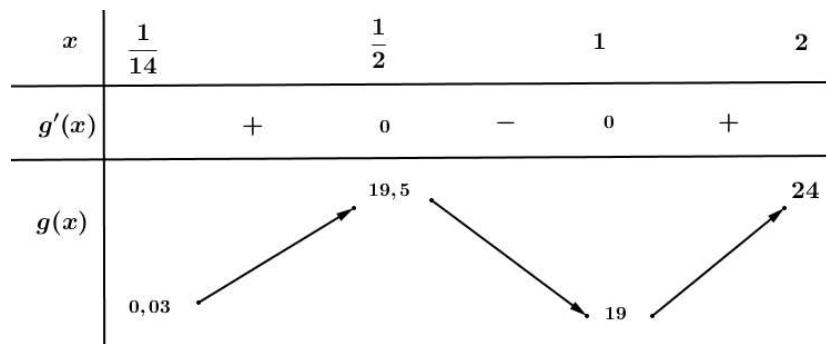
Ta có

$$\begin{aligned} & \log_{\sqrt{2}}(mx - 6x^3) + 2 \log_{\frac{1}{2}}(-14x^2 + 29x - 2) = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} mx - 6x^3 > 0 \\ -14x^2 + 29x - 2 > 0 \\ 2 \log_2(mx - 6x^3) - 2 \log_2(-14x^2 + 29x - 2) = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} mx - 6x^3 > 0 \\ -14x^2 + 29x - 2 > 0 \\ \log_2(mx - 6x^3) = \log_2(-14x^2 + 29x - 2) \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} -14x^2 + 29x - 2 > 0 \\ mx - 6x^3 = -14x^2 + 29x - 2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x \in \left(\frac{1}{14}; 2\right) \\ m = 6x^2 - 14x + 29 - \frac{2}{x} \end{cases} \end{aligned}$$

Xét hàm số $g(x) = 6x^2 - 14x + 29 - \frac{2}{x}$, với $x \in \left(\frac{1}{14}; 2\right)$.

$$\Rightarrow g'(x) = \frac{12x^3 - 14x^2 + 2}{x^2}$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{1}{3} \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$$



Từ BBT suy ra bài toán thỏa mãn $\Leftrightarrow 19 < m < 19,5$

Suy ra không có giá trị nguyên nào của m để phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt.

- Câu 47: Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có chiều cao $h = 2$ và góc tạo bởi hai đường chéo của hai mặt bên kề nhau phát xuất từ một đỉnh là α . Biết $\cos \alpha = \frac{1}{3}$, thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. 4.

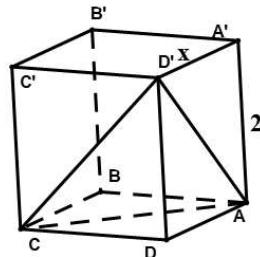
B. $\frac{16\sqrt{2}}{3}$.

C. 12.

D. 16.

Lời giải

Chọn D



Đặt cạnh đáy của lăng trụ là $x > 0$.

khi đó $\begin{cases} AC = x\sqrt{2} \\ AD' = D'C = \sqrt{x^2 + 4} \\ \cos \widehat{AD'C} = \frac{1}{3} \end{cases}$

Xét tam giác $D'AC$.

$$\begin{aligned} AC^2 &= D'A^2 + D'C^2 - 2D'A \cdot D'C \cdot \cos \widehat{AD'C} \\ \Leftrightarrow 2x^2 &= 2x^2 + 8 - 2(x^2 + 4) \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

Vậy $V = 2 \cdot (2\sqrt{2})^2 = 16$.

- Câu 48: Trong không gian Oxyz, cho các điểm $A(4;1;2)$, $B(1;4;2)$, $C(1;1;5)$ và đường tròn (C) là giao tuyến của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z - 3 = 0$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 7 = 0$. Biết rằng có 3 điểm M thuộc (C) sao cho $MA + MB + MC$ lớn nhất. Tổng các hoành độ của 3 điểm M này bằng

A. $3\sqrt{2}$.

B. 6.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

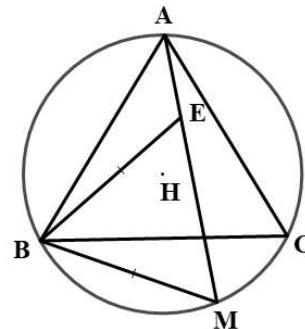
Chọn B

Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z - 3 = 0$ có tâm $I(1;1;2)$, bán kính $R = 3$

Ta có: A, B, C thuộc cả mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) nên $A, B, C \in (C) = (P) \cap (S)$

Lại có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-3; 3; 0) \\ \overrightarrow{AC} = (-3; 0; 3) \Rightarrow AB = AC = BC \Rightarrow \Delta ABC \text{ đều.} \\ \overrightarrow{CB} = (0; 3; -3) \end{cases}$

Bài toán trở thành : Trong mặt phẳng (P) , cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (C) . Tìm M thuộc (C) sao cho $MA + MB + MC$ lớn nhất



Không giảm tổng quát, giả sử M thuộc cung nhỏ BC , lấy điểm E trên đoạn thẳng AM sao cho $BE = BM$.

Vì $\widehat{AMB} = \widehat{ACB} = 60^\circ \Rightarrow \Delta BME$ đều, suy ra $BM = ME$ (1)

Xét ΔABE và ΔCBM có $\begin{cases} BE = BM \\ \widehat{BAM} = \widehat{BCM} \\ \widehat{ABE} = \widehat{CBM} (+\widehat{CBE} = 60^\circ) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} BE = BM \\ \widehat{BAM} = \widehat{BCM} \Rightarrow \Delta ABE = \Delta CBM \\ \widehat{AEB} = \widehat{CMB} \end{cases}$

Suy ra $CM = AE$ (2).

Do đó $MA + MB + MC = MA + ME + EA = 2MA \leq 4R$. Vậy $MA + MB + MC$ lớn nhất khi $M \equiv M_1$ là điểm đối xứng với A qua tâm H của đường tròn (C) .

Tương tự M thuộc cung nhỏ CA thì $MA + MB + MC$ lớn nhất khi $M \equiv M_2$ là điểm đối xứng với B qua tâm H của đường tròn (C) . M thuộc cung nhỏ AB thì $MA + MB + MC$ lớn nhất khi $M \equiv M_3$ là điểm đối xứng với C qua tâm H của đường tròn (C) .

Khi đó $x_{M_1} + x_{M_2} + x_{M_3} = 3x_H = x_A + x_B + x_C = 6$

Câu 49: Cho số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $x - my + (mx + y)i = 2 - 5m + (4m + 3)i$ (m là tham số thực). Biết rằng khi m thay đổi, biểu thức $P = |z - 6 - 8i|$ đạt giá trị lớn nhất có dạng $a + \sqrt{b}$ (với a, b là các số nguyên dương). Giá trị của $a + b$ bằng

A. 6.

B. 7.

C. 9.

D. 8.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned}x - my + (mx + y)i = 2 - 5m + (4m + 3)i &\Leftrightarrow \begin{cases} x - my = 2 - 5m \\ mx + y = 4m + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m(y - 5) = x - 2 \\ m(x - 4) = -y + 3 \end{cases} \\ \Rightarrow (y - 5)(-y + 3) &= (x - 2)(x - 4) \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 2.\end{aligned}$$

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thì ta có quỹ tích M là đường tròn tâm $I(3; 4)$, bán kính $R = \sqrt{2}$.

Gọi $A(6; 8)$ thì $P = MA \Rightarrow P_{\max} = AI + R = 5 + \sqrt{2}$.

Vậy $a + b = 7$.

Câu 50: Có bao nhiêu giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m^2x + m$ có hai điểm cực trị đối xứng qua đường thẳng $y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$?

A. Vô số.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

$$y' = 3x^2 - 6x + m^2$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x + m^2 = 0 \quad (1)$$

Hàm số có 2 điểm cực trị $\Leftrightarrow (1)$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = 9 - 3m^2 > 0 \Leftrightarrow -\sqrt{3} < m < \sqrt{3}$.

$y'' = 6x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow$ điểm uốn của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m^2x + m$ là $U(1; m^2 + m - 2)$.

Hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho đối xứng qua đường thẳng $d: y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2} \Rightarrow (d)$ đi

$$\text{qua } U(1; m^2 + m - 2) \Leftrightarrow m^2 + m - 2 = -2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -1 \end{cases}.$$

Kiểm tra lại ta có chỉ có $m = 0$ thỏa.

↔ HẾT ↔