

## BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	B	C	C	D	C	D	A	C	B	D	A	A	D	B	A	D	D	A	D	D	A	A	A	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	C	D	D	C	A	A	D	A	C	A	D	A	B	B	B	D	A	D	A	D	B	A	D	A

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

**Câu 1.** Cho số phức  $z$  được biểu diễn bởi điểm  $A(-4; -2)$ . Số phức liên hợp của số phức  $z$  bằng

A.  $\bar{z} = -4 - 2i$ .      B.  $\bar{z} = 4 - 2i$ .      C.  $\bar{z} = 4 + 2i$ .      D.  $\bar{z} = -4 + 2i$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Số phức  $z$  được biểu diễn bởi điểm  $A(-4; -2)$  là  $z = -4 - 2i$ . Do đó số phức liên hợp của số phức  $z$  là  $\bar{z} = -4 + 2i$ .

**Câu 2.** Tập xác định của hàm số  $y = \log x + \log(3-x)$  là

A.  $(3; +\infty)$       B.  $(0; 3)$ .      C.  $[3; +\infty)$ .      D.  $(0; 3]$

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 3.** Đạo hàm của hàm số  $y = (x^2 + x + 1)^{\frac{1}{3}}$  là

A. $y' = \frac{1}{3}(x^2 + x + 1)^{\frac{8}{3}}$ .	B. $y' = \frac{2x+1}{2\sqrt[3]{x^2+x+1}}$ .
C. $y' = \frac{2x+1}{3\sqrt[3]{(x^2+x+1)^2}}$ .	D. $y' = \frac{1}{3}(x^2 + x + 1)^{\frac{2}{3}}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $y' = \frac{1}{3}(x^2 + x + 1)^{\frac{1}{3}-1} (x^2 + x + 1)' = \frac{2x+1}{3\sqrt[3]{(x^2+x+1)^2}}$ .

**Câu 4.** Nghiệm của phương trình  $3^x < 5$  là

A.  $x > \log_3 5$ .      B.  $x > \log_3 3$ .      C.  $x < \log_3 5$ .      D.  $x < \log_3 3$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $3^x < 5 \Leftrightarrow x < \log_3 5$ .

**Câu 5.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  biết  $u_1 = 5; u_4 = 40$ . Giá trị  $u_7$  bằng

A. 210.      B. 345.      C. 260.      D. 320.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $u_4 = u_1 \cdot q^3 \Rightarrow 40 = 5 \cdot q^3 \Rightarrow q = 2$

Vậy:  $u_7 = u_1 \cdot q^6 = 5 \cdot 2^6 = 320$ .

- Câu 6.** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1;0;0)$  và đường thẳng  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$ . Viết phương trình mặt phẳng chứa điểm  $A$  và đường thẳng  $d$  ?
- A.  $(P): 5x + 2y + 4z - 5 = 0$ .      B.  $(P): 2x + 1y + 2z - 1 = 0$ .
- C.  $(P): 5x - 2y - 4z - 5 = 0$ .      D.  $(P): 2x + 1y + 2z - 2 = 0$ .

Lời giải

**Chọn C**

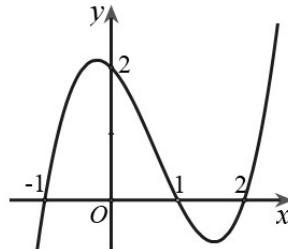
VTCP của  $d$  là  $\vec{a} = (2; 1; 2)$  và  $B(1; -2; 1) \in d$ .

Khi đó:  $\overrightarrow{AB} = (0; -2; 1)$ .

Do đó véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng là  $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \vec{a}] = (5, -2; -4)$ .

Từ đó suy ra phương trình mặt phẳng cần tìm là  $5(x-1) - 2(y-0) - 4(z-0) = 0$  hay  $5x - 2y - 4z - 5 = 0$ .

- Câu 7.** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là điểm nào trong các điểm sau



- A.  $(1; 0)$ .      B.  $(2; 0)$ .      C.  $(-1; 0)$ .      D.  $(0; 2)$ .

Lời giải

**Chọn D**

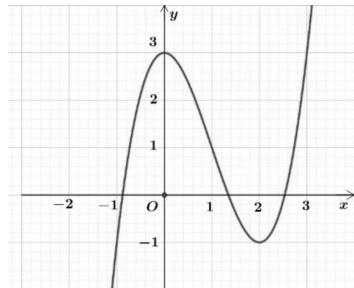
Từ đồ thị, ta dễ thấy đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ  $(0; 2)$ .

- Câu 8.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thoả mãn  $\int_1^4 f(x) dx = 9$ ,  $\int_4^8 f(x) dx = 5$ . Tính  $I = \int_1^8 f(x) dx$ .
- A.  $I = 14$ .      B.  $I = 1$ .      C.  $I = 11$ .      D.  $I = 7$ .

Lời giải

**Chọn A.**

- Câu 9.** Đường cong trong hình vẽ bên là của hàm số nào sau đây?



- A.  $y = x^4 - 2x^2 + 1$ .      B.  $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ .      C.  $y = x^3 - 3x^2 + 3$ .      D.  $y = x^3 + 2x^2 + 3$ .

Lời giải

**Chọn C**

Đồ thị cát trực tung tại điểm có tung độ bằng 3 nên loại A, B.

Hàm số đạt cực trị tại  $x = 0; x = 2$ .

- Câu 10.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình  $x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+2)x + 4my + 19m - 6 = 0$  là phương trình mặt cầu.

- A.  $1 < m < 2$ .      B.  $m < 1$  hoặc  $m > 2$ .      C.  $-2 \leq m \leq 1$ .      D.  $m < -2$  hoặc  $m > 1$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Điều kiện để phương trình  $x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+2)x + 4my + 19m - 6 = 0$  là phương trình mặt cầu là:  $(m+2)^2 + 4m^2 - 19m + 6 > 0 \Leftrightarrow 5m^2 - 15m + 10 > 0 \Leftrightarrow m < 1$  hoặc  $m > 2$ .

- Câu 11.** Trong hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): \frac{x-2}{3} + \frac{y-1}{2} + \frac{z-4}{-6} = 1$  và  $(Q): x + 2y + 3z + 7 = 0$ . Tính tang góc tạo bởi hai mặt phẳng đã cho.

- A.  $\frac{3}{\sqrt{19}}$       B.  $\frac{3}{5\sqrt{19}}$ .      C.  $\frac{5}{3\sqrt{19}}$ .      D.  $\frac{3\sqrt{19}}{5}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$$(P): \frac{x-2}{3} + \frac{y-1}{2} + \frac{z-4}{-6} = 1 \Leftrightarrow (P): 2x + 3y - z - 9 = 0$$

$\Rightarrow$  Mặt phẳng  $(P)$  có một vectơ pháp tuyến là:  $\vec{n}_{(P)} = (2; 3; -1)$

$$(Q): x + 2y + 3z + 7 = 0 \Rightarrow \vec{n}_{(Q)} = (1; 2; 3)$$

Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$ .

$$\Rightarrow 0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$$

$$\text{Ta có: } \cos \alpha = \frac{|\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_{(Q)}|}{|\vec{n}_{(P)}| \cdot |\vec{n}_{(Q)}|} = \frac{|2.1 + 3.2 + (-1).3|}{\sqrt{2^2 + 3^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2}} = \frac{5}{14}$$

$$\tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 = \frac{171}{25} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{3\sqrt{19}}{5}.$$

- Câu 12.** Tìm nghiệm phương trình trong tập số phức:  $z^2 - 2z + 2 = 0$ .

- A.  $z_1 = 1+i, z_2 = 1-i$ .      B.  $z_1 = 2+4i, z_2 = 2-4i$ .      C.  $z_1 = 1+4i, z_2 = 1-4i$ .      D.  $z_1 = 3+5i, z_2 = 3-5i$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

- Câu 13.** Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng  $a^2\sqrt{3}$ , khoảng cách giữa hai đáy của lăng trụ bằng  $a\sqrt{6}$ . Tính thể tích  $V$  của khối lăng trụ

- A.  $V = 3a^3\sqrt{2}$ .      B.  $V = a^3\sqrt{2}$ .      C.  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ .      D.  $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Thể tích khối lăng trụ là  $V = B.h = a^2\sqrt{3}.a\sqrt{6} = 3a^3\sqrt{2}$ .

- Câu 14.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ . Cạnh bên  $SC$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ ,  $SC = a$ . Thể tích khối chóp  $S.ABC$  bằng

A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .

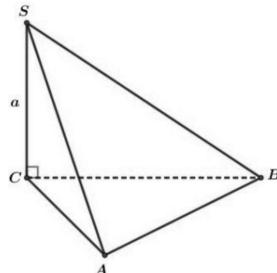
B.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ .

C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$ .

D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .

Lời giải

Chọn D



$$S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

- Câu 15.** Viết phương trình mặt cầu tâm  $I(1; -2; 0)$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(P): x - 2y + 2z + 1 = 0$ .

A.  $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 4$ .

B.  $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 4$ .

C.  $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 2$ .

D.  $(x+1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 4$ .

Lời giải

Chọn B

Vì mặt cầu tâm  $I(1; -2; 0)$  và tiếp xúc với mặt phẳng nên bán kính mặt cầu là

$$R = d(I, (P)) = \frac{|1 - 2(-2) + 2 \cdot 0 + 1|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = 2.$$

Vậy ta có phương trình mặt cầu cần tìm là  $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 4$ .

- Câu 16.** Cho  $z_1 = -7 - 2i$  và  $z_2 = 3 - 5i$ . Gọi  $w = z_1 + z_2$ , khi đó phần thực và phần ảo của  $w$  lần lượt là:

A.  $-4; -7$ .

B.  $-4; 3$ .

C.  $-10; -7$ .

D.  $4; -7$ .

Lời giải

Chọn A

Ta có  $w = z_1 + z_2 = -4 - 7i$

Do đó phần thực bằng  $-4$ ; phần ảo bằng  $-7$ .

- Câu 17.** Diện tích xung quanh của hình nón có đường sinh  $l = 6$  và bán kính đáy  $r = 2$  là

A.  $24\pi$ .

B.  $8\pi$ .

C.  $4\pi$ .

D.  $12\pi$ .

Lời giải

Chọn D

Ta có  $S_{xq} = \pi \cdot r \cdot l = \pi \cdot 2 \cdot 6 = 12\pi$ .

- Câu 18.** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng  $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = -4 + 3t \end{cases}$  đi qua điểm nào dưới đây?

A.  $P(4; 2; 1)$ .

B.  $Q(-2; -7; 10)$ .

C.  $N(0; -4; 7)$ .

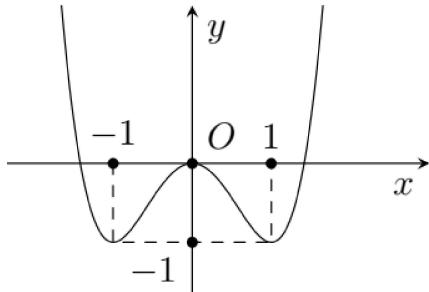
D.  $M(0; -4; -7)$ .

### Lời giải

#### Chọn D

Với  $t = -1$ , ta có  $\begin{cases} x = 0 \\ y = -4 \\ z = -7 \end{cases}$ . Vậy đường thẳng  $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = -4 + 3t \end{cases}$  đi qua điểm  $M(0; -4; -7)$ .

**Câu 19.** Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Đồ thị hàm số đạt cực tiểu tại điểm

- A.  $M(-1; -1)$ .      B.  $M(-1; 0)$ .      C.  $M(0; -1)$ .      D.  $M(1; 1)$ .

### Lời giải

#### Chọn A

Quan sát đồ thị hàm số, ta thấy đồ thị hàm số đạt giá trị cực tiểu tại điểm  $M(-1; -1)$ .

**Câu 20.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{3-2x}{x-1}$  có đường tiệm cận đứng, đường tiệm cận ngang là

- A.  $x = 1, y = 2$ .      B.  $x = -1, y = -2$ .      C.  $x = 2, y = 1$ .      D.  $x = 1, y = -2$ .

### Lời giải

#### Chọn D

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = -2$  nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là  $x = 1, y = -2$ .

**Câu 21.** Số nghiệm nguyên của bất phương trình  $\log_{0,8}(15x+2) > \log_{0,8}(13x+8)$  là

- A. Vô số.      B. 4.      C. 2.      D. 3.

### Lời giải

#### Chọn D

Điều kiện  $x > -\frac{2}{15}$ .

Khi đó,  $\log_{0,8}(15x+2) > \log_{0,8}(13x+8) \Leftrightarrow 15x+2 < 13x+8 \Leftrightarrow 2x < 6 \Leftrightarrow x < 3$ .

Tập nghiệm bất phương trình là:  $T = \left(-\frac{2}{15}; 3\right) \Rightarrow x \in \{0; 1; 2\}$ .

**Câu 22.** Có 15 học sinh giỏi gồm 6 học sinh khối 12, 5 học sinh khối 11 và 4 học sinh khối 10. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 6 học sinh sao cho mỗi khối có đúng 2 học sinh?

- A.  $C_6^2 \cdot C_5^2 \cdot C_4^2$ .      B.  $A_6^2 \cdot A_5^2 \cdot A_4^2$ .      C.  $C_6^2 + C_5^2 + C_4^2$ .      D.  $A_6^2 + A_5^2 + A_4^2$ .

### Lời giải

#### Chọn A

❖ Chọn 2 học sinh khối 12 có  $C_6^2$  cách.

❖ Chọn 2 học sinh khối 11 có  $C_5^2$  cách.

❖ Chọn 2 học sinh khối 10 có  $C_4^2$  cách.

Theo quy tắc nhân, ta có  $C_6^2 \cdot C_5^2 \cdot C_4^2$  cách chọn thỏa yêu cầu.

**Câu 23.** Biết  $F(x) = x^2$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$ . Giá trị của  $\int_1^2 [2+f(x)] dx$  bằng

A. 5.

B. 3.

C.  $\frac{13}{3}$ .

D.  $\frac{7}{3}$ .

Lời giải

**Chọn A**

$$\text{Ta có: } \int_1^2 [2+f(x)] dx = (2x+x^2) \Big|_1^2 = 8 - 3 = 5.$$

**Câu 24.** Hàm số  $F(x) = 2x + \sin 3x$  là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A.  $f(x) = 2 + 3 \cos 3x$ .

B.  $f(x) = x^2 - \frac{1}{3} \cos 3x$ .

C.  $f(x) = 2 - 3 \cos 3x$ .

D.  $f(x) = x^2 + \frac{1}{3} \cos 3x$ .

Lời giải

**Chọn A**

$$\text{Ta có: } f(x) = F'(x) = (2x + \sin 3x)' = 2 + 3 \cos 3x.$$

**Câu 25.** Cho hàm số  $f(x) = x^2 + \sin x + 1$ . Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  và  $F(0) = 1$ . Tìm  $F(x)$ .

A.  $F(x) = x^3 - \cos x + x + 2$ .

B.  $F(x) = \frac{x^3}{3} + \cos x + x$ .

C.  $F(x) = \frac{x^3}{3} - \cos x + x + 2$ .

D.  $F(x) = \frac{x^3}{3} - \cos x + 2$ .

Lời giải

**Chọn C**

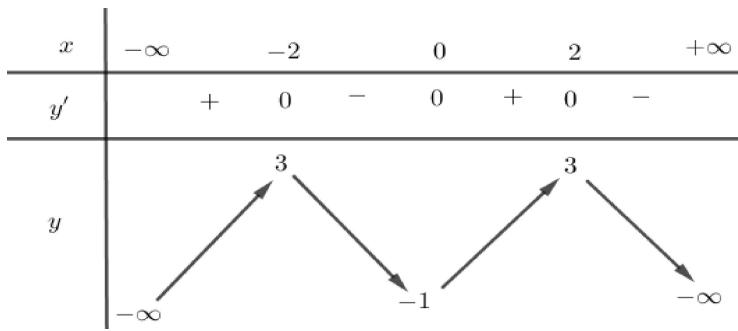
Do  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$ , ta có:

$$F(x) = \int f(x) dx = \int (x^2 + \sin x + 1) dx = \frac{x^3}{3} - \cos x + x + C.$$

Mà  $F(0) = 1 \Rightarrow C - 1 = 1 \Leftrightarrow C = 2$ .

$$\text{Vậy } F(x) = \frac{x^3}{3} - \cos x + x + 2.$$

**Câu 26.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau



- A.  $(-2; 0)$ .      B.  $(-\infty; -2)$ .      C.  $(0; 2)$ .      D.  $(0; +\infty)$ .
- Lời giải**

**Chọn A**

Từ bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-2; 0)$ .

- Câu 27.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = x^4 - 10x^2 + 2$  trên đoạn  $[-1; 2]$  bằng  
 A. 2.      B. -23.      C. -22.      D. -7.
- Lời giải**

**Chọn C**

- Câu 28.** Với  $a, b$  là hai số thực dương tùy ý,  $\ln\left(\frac{a^2}{\sqrt{b}}\right)$  bằng  
 A.  $2 \log a - \frac{1}{2} \log b$ .      B.  $2 \log a + \frac{1}{2} \log b$ .      C.  $\frac{2 \ln a}{\ln \sqrt{b}}$ .      D.  $2 \ln a - \frac{1}{2} \ln b$ .
- Lời giải**

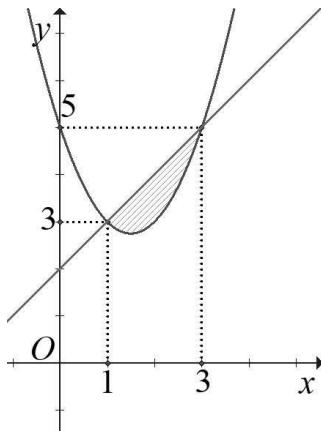
**Chọn D**

$$\text{Ta có } \ln\left(\frac{a^2}{\sqrt{b}}\right) = \ln a^2 - \ln \sqrt{b} = 2 \ln a - \frac{1}{2} \ln b.$$

- Câu 29.** Thể tích của khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi hai đường  $y = x^2 - 3x + 5$ ,  $y = x + 2$  quay quanh trục  $Ox$  là  
 A.  $\frac{16\pi}{15}$ .      B.  $\frac{16}{15}$ .      C.  $\frac{48}{5}$ .      D.  $\frac{48\pi}{5}$ .
- Lời giải**

**Chọn D**

Hoành độ giao điểm của hai đường đã cho là nghiệm của phương trình  
 $x^2 - 3x + 5 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=3 \end{cases}$ .



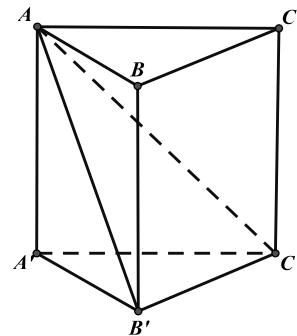
Nhìn vào đồ thị ta có thể tính tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi hai đường  $y = x^2 - 3x + 5$ ,  $y = x + 2$  quay quanh trục  $Ox$  là:

$$\begin{aligned}
 V &= \pi \int_1^3 \left| (x^2 - 3x + 5)^2 - (x + 2)^2 \right| dx = \pi \int_1^3 \left[ (x+2)^2 - (x^2 - 3x + 5)^2 \right] dx \\
 &= \pi \int_1^3 \left[ (x^2 + 4x + 4) - (x^4 + 9x^2 + 25 - 6x^3 + 10x^2 - 30x) \right] dx = \pi \int_1^3 (-x^4 + 6x^3 - 18x^2 + 34x - 21) dx \\
 &= \pi \left( \frac{-x^5}{5} + \frac{3x^4}{2} - 6x^3 + 17x^2 - 21x \right) \Big|_1^3 = \frac{48\pi}{5}.
 \end{aligned}$$

- Câu 30.** Cho hình lăng trụ đứng tam giác  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  làm tam giác vuông tại  $B$  và  $BC = 4$ ,  $AC = 5$  và  $AA' = 3\sqrt{3}$ . Góc giữa mặt phẳng  $(AB'C')$  và mặt phẳng  $(A'B'C)$  bằng  
**A.**  $30^\circ$ .      **B.**  $90^\circ$ .      **C.**  $60^\circ$ .      **D.**  $45^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

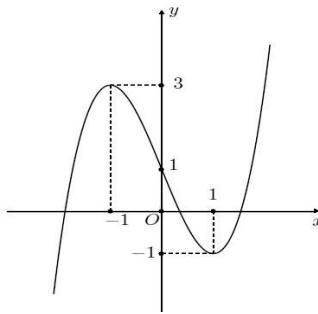


Ta có  $(ABB'A') \perp (A'B'C')$ ,  $B'C' \perp A'B' \Rightarrow B'C' \perp (ABB'A')$ . Do đó

góc  $((AB'C'), (A'B'C')) = \widehat{AB'A'} = \alpha$ .

Khi đó ta có  $\tan \alpha = \frac{AA'}{A'B'} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{A'C'^2 - B'C'^2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$ .

- Câu 31.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như sau.



Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $2f(x)+3m-3=0$  có 3 nghiệm phân biệt.

- A.  $-1 < m < \frac{5}{3}$ .      B.  $-\frac{5}{3} < m < 1$ .      C.  $-\frac{5}{3} \leq m \leq 1$ .      D.  $-1 \leq m \leq \frac{5}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có: } 2f(x)+3m-3=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{-3m+3}{2}$$

Dựa vào đồ thị suy ra phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow -1 < \frac{-3m+3}{2} < 3 \Leftrightarrow -1 < m < \frac{5}{3}.$$

**Câu 32.** Cho hàm số  $y=f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)=(x-2)(x+5)(x+1)^2$ . Hàm số  $y=f(x)$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-4;-2)$ .      B.  $(-\infty;-1)$ .      C.  $(-\infty;-5)$ .      D.  $(3;4)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có } f'(x)=0 \Leftrightarrow (x-2)(x+5)(x+1)^2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-5 \\ x=-1 \\ x=2 \end{cases}$$

Bảng xét dấu đạo hàm

$x$	$-\infty$	$-5$	$-1$	$2$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	-

Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-5;2)$ ..

**Câu 33.** Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 6 tấm thẻ. Gọi  $P$  là xác suất để tổng số ghi trên 6 tấm thẻ ấy là một số lẻ. Khi đó  $P$  bằng:

- A.  $\frac{100}{231}$ .      B.  $\frac{115}{231}$ .      C.  $\frac{1}{2}$ .      D.  $\frac{118}{231}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$n(\Omega) = C_{11}^6 = 462$ . Gọi  $A$  : "tổng số ghi trên 6 tấm thẻ ấy là một số lẻ".

Từ 1 đến 11 có 6 số lẻ và 5 số chẵn. Để có tổng là một số lẻ ta có 3 trường hợp.

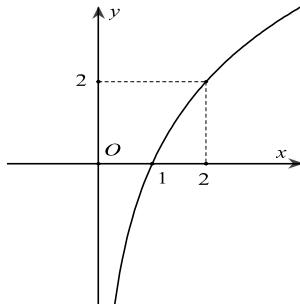
Trường hợp 1: Chọn được 1 thẻ mang số lẻ và 5 thẻ mang số chẵn có:  $6.C_5^5 = 6$  cách.

Trường hợp 2: Chọn được 3 thẻ mang số lẻ và 3 thẻ mang số chẵn có:  $C_6^3.C_5^3 = 200$  cách.

Trường hợp 3: Chọn được 5 thẻ mang số lẻ và 1 thẻ mang số chẵn có:  $C_6^5.5 = 30$  cách.

Do đó  $n(A) = 6 + 200 + 30 = 236$ . Vậy  $P(A) = \frac{236}{462} = \frac{118}{231}$ .

**Câu 34.** Tìm a để hàm số  $y = \log_a x$  ( $0 < a \neq 1$ ) ;  $x > 0$  có đồ thị là hình bên dưới:



- A.  $a = \sqrt{2}$ .      B.  $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$ .      C.  $a = \frac{1}{2}$ .      D.  $a = 2$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 35.** Tập hợp các điểm biểu diễn số phức  $z$  thỏa mãn  $|\bar{z} + 1 - i| = 2$  là đường tròn có phương trình

- A.  $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 4$ .      B.  $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 4$ .  
C.  $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 4$ .      D.  $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi  $z = x + yi$  ( $x, y \in \mathbb{R}$ ), khi đó  $|\bar{z} + 1 - i| = 2 \Leftrightarrow |x - yi + 1 - i| = 2 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y+1)^2 = 4$ .

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức  $z$  là đường tròn có phương trình  $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 4$ .

**Câu 36.** Cho mặt cầu có bán kính  $R = 6$ . Diện tích  $S$  của mặt cầu đã cho bằng

- A.  $S = 144\pi$ .      B.  $S = 38\pi$ .      C.  $S = 36\pi$ .      D.  $S = 288\pi$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 37.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(2; -5; 4)$ . Tọa độ của điểm  $M'$  đối xứng với  $M$  qua mặt phẳng  $(Oyz)$  là

- A.  $(2; 5; 4)$ .      B.  $(2; -5; -4)$ .      C.  $(2; 5; -4)$ .      D.  $(-2; -5; 4)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Gọi  $H$  là hình chiếu của  $M(2; -5; 4)$  lên mặt phẳng  $(Oyz)$ , ta có  $H(0; -5; 4)$ .

Vì  $M'$  đối xứng với  $M$  qua mặt phẳng  $(Oyz)$  nên  $H$  là trung điểm  $MM'$ . Khi đó

$$\begin{cases} x_{M'} = 2x_H - x_M = -2 \\ y_{M'} = 2y_H - y_M = -5 \Rightarrow M'(-2; -5; 4) \\ z_{M'} = 2z_H - z_M = 4 \end{cases}$$

**Câu 38.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi cạnh  $a$ ,  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy,  $SC = 2a$ . Khoảng cách từ  $B$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  là

A.  $\frac{a\sqrt{15}}{5}$ .

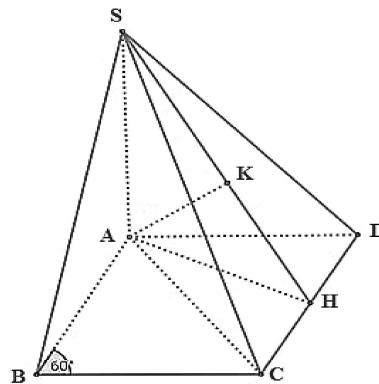
B.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

C.  $\frac{2a}{\sqrt{5}}$ .

D.  $\frac{5a\sqrt{30}}{3}$ .

Lời giải

**Chọn A**



Ta có:  $ABCD$  là hình thoi cạnh  $a$ ,  $\widehat{ABC} = 60^\circ \Rightarrow \Delta ABC$ ,  $\Delta ACD$  là các tam giác đều cạnh  $a$ .

Xét  $\Delta SAC$  vuông tại  $A$  có:  $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}$ .

Vì  $AB // CD$  nên  $AB // (SCD)$ . Do đó  $d(B, (SCD)) = d(A, (SCD))$ .

Ké  $AH \perp CD$  ( $H \in CD$ ). Suy ra  $H$  là trung điểm của cạnh  $CD$ ,  $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

Ké  $AK \perp SH$  ( $K \in SH$ ) (1).

Ta có:  $\begin{cases} CD \perp AH \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAH) \Rightarrow CD \perp AK$  (2).

Từ và suy ra:  $AK \perp (SCD) \Rightarrow d(A, (SCD)) = AK$ .

Xét  $\Delta SAH$  vuông ở  $A$ :  $\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AH^2} + \frac{1}{SA^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{5}{3a^2} \Rightarrow AK = \frac{a\sqrt{15}}{5}$ .

Vậy  $d(B, (SCD)) = \frac{a\sqrt{15}}{5}$ .

**Câu 39.** Tìm số giá trị nguyên của tham số  $a \leq 2$  để phương trình  $e^{e^{2x}-a} - 2x - a = 0$  có nhiều nghiệm nhất.

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 0.

Lời giải

**Chọn B**

Đặt  $e^{2x} - a = 2t$ , phương trình đã cho trở thành:  $e^{2t} = 2x + a$  (1).

Xét hệ  $\begin{cases} e^{2x} = 2t + a \\ e^{2t} = 2x + a \end{cases} \Rightarrow e^{2x} - e^{2t} = 2t - 2a \Leftrightarrow e^{2x} + 2x = e^{2t} + 2t$  (2).

Xét hàm số  $f(t) = e^t + t$  ta có  $f'(t) = e^t + 1 > 0$ ,  $\forall t \in \mathbb{R}$ . Do đó hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$

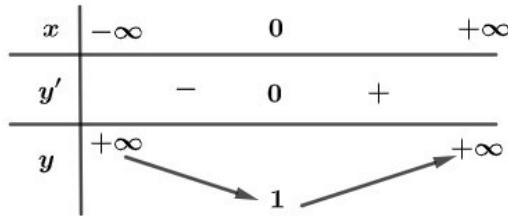
$\Rightarrow f(2x) = f(2t) \Leftrightarrow 2x = 2t \Leftrightarrow x = t$

$$\Rightarrow e^{2x} = 2x + a \Leftrightarrow a = e^{2x} - 2x \quad (3)$$

Xét hàm số  $g(x) = e^{2x} - 2x$ .

Ta có  $g'(x) = 2e^{2x} - 2 = 0 \Leftrightarrow e^{2x} = 1 \Leftrightarrow x = 0$ .

BBT:



Dựa vào BBT ta thấy phương trình (1) có nhiều nghiệm nhất khi và chỉ khi phương trình (3) có nhiều nghiệm nhất vậy  $a > 1$ .

- Câu 40.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Gọi  $F(x), G(x)$  là hai nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$  thỏa

mãn  $F(2) + G(2) = 8$  và  $F(0) + G(0) = -2$ . Khi đó  $\int_0^{16} f\left(\frac{x}{8}\right) dx$  bằng

A. -40.

B. 40.

C. 5.

D. -5.

Lời giải

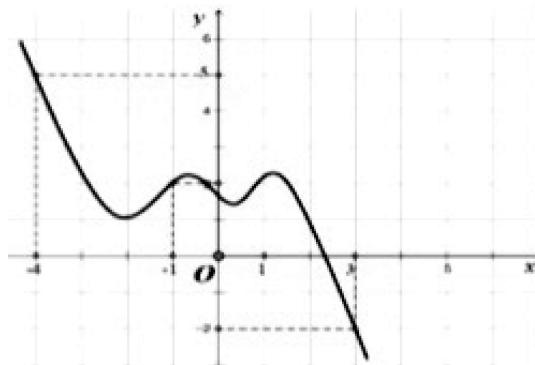
**Chọn B**

Ta có:  $G(x) = F(x) + C \Rightarrow \begin{cases} G(2) = F(2) + C \\ G(0) = F(0) + C \end{cases}$

$$\begin{cases} F(2) + G(2) = 8 \\ F(0) + G(0) = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2F(2) + C = 8 \\ 2F(0) + C = -2 \end{cases} \Leftrightarrow F(2) - F(0) = 5.$$

Vậy:  $\int_0^{16} f\left(\frac{x}{8}\right) dx = 8 \int_0^2 f(t) dt = 8(F(2) - F(0)) = 40$ .

- Câu 41.** Cho hàm số  $f(x)$ , biết  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ



Gọi giá trị nhỏ nhất của hàm số  $g(x) = 2f(x) + (x-1)^2$  trên đoạn  $[-4; 3]$  là  $m$ . Kết luận nào sau đây đúng?

A.  $m = g(-3)$ .

B.  $m = g(-1)$ .

C.  $m = g(-4)$ .

D.  $m = g(3)$ .

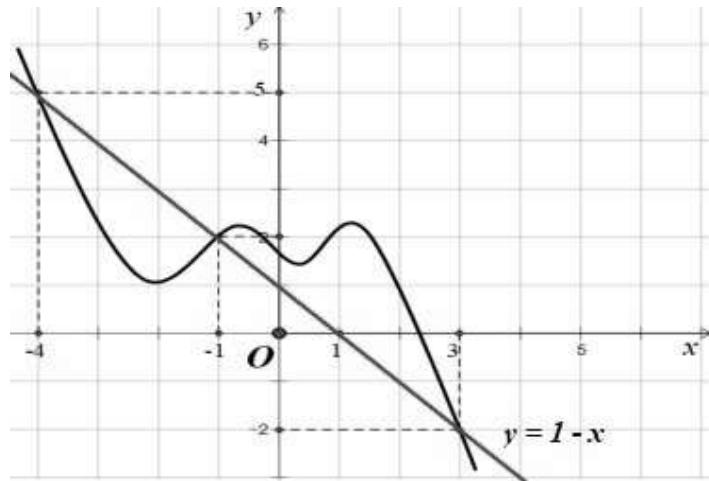
Lời giải

**Chọn B**

Ta có  $g(x) = 2f(x) + (x-1)^2 \Rightarrow g'(x) = 2f'(x) + 2(x-1)$ .

Cho  $g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2f'(x) + 2(x-1) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 1-x$ .

Ta có đồ thị hàm số như sau:



Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy:  $f'(x) = 1 - x \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$

Khi đó ta có bảng biến thiên hàm số  $y = g(x)$  như sau:

$x$	$-\infty$	-4	-1	3	$+\infty$		
$g'(x)$	+	0	-	0	+	0	-
$g(x)$	↗	↘	↗	↘			

Dựa vào BBT  $\Rightarrow \min_{[-4;3]} g(x) = g(-1)$ .

- Câu 42.** Trong tất cả các số phức  $z$  thỏa mãn  $|z+2| = \left| \frac{z + \bar{z}}{2} + 4 \right|$ , gọi số phức  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) là số phức có môđun nhỏ nhất. Tính  $S = a + b^2$ .

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:

$$|z+2| = \left| \frac{z + \bar{z}}{2} + 4 \right| \Leftrightarrow |a + bi + 2| = |a + 4| \Leftrightarrow (a+2)^2 + b^2 = (a+4)^2 \Leftrightarrow b^2 = 4a + 12.$$

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{a^2 + 4a + 12} = \sqrt{(a+2)^2 + 8} \geq \sqrt{8}.$$

Dấu “=” xảy ra khi  $(a+2)^2 = 0 \Leftrightarrow a = -2$ .

Do đó  $|z|$  nhỏ nhất khi  $a = -2$ .

$$a = -2 \Rightarrow b^2 = 4.$$

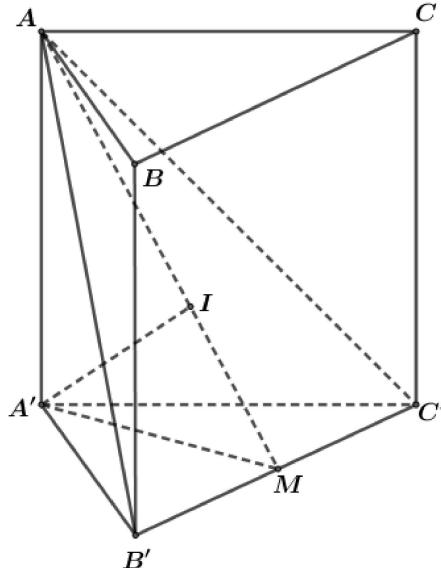
$$\text{Vậy } S = a + b^2 = -2 + 4 = 2.$$

**Câu 43.** Cho khối lăng trụ đều  $ABC.A'B'C'$  có cạnh đáy bằng  $2a$ . Khoảng cách từ điểm  $A'$  đến mặt phẳng  $(AB'C')$  bằng  $a$ . Thể tích khối lăng trụ đã cho là

- A.  $\frac{3\sqrt{2}a^3}{2}$ .      B.  $\frac{3\sqrt{2}a^3}{8}$ .      C.  $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$ .      D.  $\frac{3\sqrt{2}a^3}{6}$ .

Lời giải

Chọn A



Gọi  $M$  là trung điểm của  $B'C'$  và  $I$  là hình chiếu của  $A'$  lên  $AM$ . Khi đó ta có

$$\begin{cases} B'C' \perp A'M \\ B'C' \perp A'A \end{cases} \Rightarrow B'C' \perp (A'MA) \Rightarrow B'C' \perp A'I$$

Mà  $AM \perp A'I$  (2)

Từ và suy ra  $A'I \perp (AB'C') \Rightarrow d(A', (AB'C')) = A'I = a$ .

$$\text{Xét tam giác vuông } AA'M : \frac{1}{A'I^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{A'M^2} \Rightarrow AA' = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

$$\Rightarrow \text{Thể tích khối lăng trụ đã cho là } V = AA' \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{4a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{2}a^3}{2}.$$

**Câu 44.** Cho hàm số  $f(x) = 2x^3 + mx^2 + nx + 2022$  với  $m, n$  là các số thực. Biết hàm số  $g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x)$  có hai giá trị cực trị là  $e^{2023} - 12$  và  $e - 12$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \frac{f(x)}{g(x)+12}$  và  $y = 1$  bằng

- A. 2019.      B. 2020.      C. 2021.      D. 2022.

Lời giải

Chọn D

Ta có  $f'(x) = 6x^2 + 2mx + n$ ,  $f''(x) = 12x + 2m$ ,  $f^{(3)}(x) = 12$ .

Suy ra  $g(x) = 2x^3 + (m+6)x^2 + (n+2m+12)x + 2022 + n + 2m$ .

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 6x^2 + 2(m+6)x + n + 2m + 12 = 0.$$

Vì hàm số  $g(x)$  có hai giá trị cực trị nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$ .

Ta có bảng biến thiên của hàm số  $g(x)$  như sau:

$x$	$-\infty$	$x_1$	$x_2$	$+\infty$
$g'$	+	0	-	0
$g$	$-\infty$	$g(x_1)$	$g(x_2)$	$+\infty$

Từ đây suy ra  $g(x_1) = e^{2023} - 12$  và  $g(x_2) = e - 12$ .

Mặt khác  $\begin{cases} g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x) \\ g'(x) = f'(x) + f''(x) + f^{(3)}(x) = f'(x) + f''(x) + 12 \end{cases}$ .

$$\Rightarrow g(x) - g'(x) = f(x) - 12 \Leftrightarrow g'(x) = g(x) - f(x) + 12.$$

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$1 = \frac{f(x)}{g(x) + 12} \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) - f(x) + 12 = 0 \\ g(x) \neq -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} g'(x) = 0 \\ g(x) \neq -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \\ x = x_2 \end{cases}.$$

Khi đó diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \frac{f(x)}{g(x) + 12}$  và  $y = 1$  bằng

$$S = \int_{x_1}^{x_2} \left| 1 - \frac{f(x)}{g(x) + 12} \right| dx = \int_{x_1}^{x_2} \left| \frac{g(x) - f(x) + 12}{g(x) + 12} \right| dx = \left| \int_{x_1}^{x_2} \frac{g'(x)}{g(x) + 12} dx \right| = \left| \ln |g(x) + 12| \right|_{x_1}^{x_2} = |\ln |g(x_2) + 12| - \ln |g(x_1) + 12|| = |1 - 2023| = 2022.$$

- Câu 45.** Cho các số thực  $b, c$  sao cho phương trình  $z^2 + bz + c = 0$  có hai nghiệm phức  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z_1 - 4 + 3i| = 1$  và  $|z_2 - 8 - 6i| = 4$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $5b + c = -12$ .      B.  $5b + c = 4$ .      C.  $5b + c = -4$ .      D.  $5b + c = 12$ .

**Lời giải**

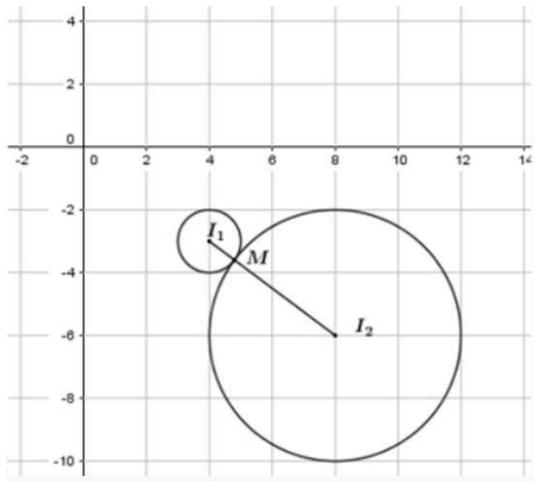
**Chọn A**

Vì  $z_1, z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $z^2 + bz + c = 0$  nên  $z_2 = \overline{z_1}$

Khi đó ta có  $|z_2 - 8 - 6i| = 4 \Leftrightarrow |\overline{z_1} - 8 - 6i| = 4 \Leftrightarrow |z_1 - 8 + 6i| = 4$ .

Gọi  $M$  là điểm biểu diễn số phức  $z_1$ .

$\Rightarrow M$  vừa thuộc đường tròn  $(C_1)$  tâm  $I_1(4; -3)$ , bán kính  $R_1 = 1$  và đường tròn  $(C_2)$  tâm  $I_1(8; -6)$ , bán kính  $R_1 = 4 \Rightarrow M \in (C_1) \cap (C_2)$ .



Ta có  $I_1I_2 = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 = R_1 + R_2 \Rightarrow (C_1)$  và  $(C_2)$  tiếp xúc ngoài.

Do đó có duy nhất 1 điểm  $M$  thỏa mãn, tọa độ điểm  $M$  là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 8x + 6y + 24 = 0 \\ x^2 + y^2 - 16x + 12y + 84 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{24}{5} \\ y = -\frac{18}{5} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{24}{5}; -\frac{18}{5}\right) \Rightarrow z_1 = \frac{24}{5} - \frac{18}{5}i \text{ là nghiệm của}$$

phương trình  $z^2 + bz + c = 0 \Rightarrow z_2 = \frac{24}{5} + \frac{18}{5}i$  cũng là nghiệm của phương trình  $z^2 + bz + c = 0$ .

Áp dụng định lí Viết ta có  $z_1 + z_2 = -b = \frac{48}{5} \Rightarrow b = -\frac{48}{5}; z_1 \cdot z_2 = c = 36$

Vậy  $5b + c = -48 + 36 = -12$ .

**Câu 46.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(3; 3; -2)$  và hai đường thẳng  $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{1}$ ;

$d_2: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{4}$ . Đường thẳng  $d$  đi qua  $M$  cắt  $d_1, d_2$  lần lượt tại  $A$  và  $B$ . Độ dài đoạn thẳng  $AB$  bằng

A. 2.

B.  $\sqrt{6}$ .

C. 4.

D. 3.

**Lời giải**

**Chọn D**

Vì  $A \in d_1 \Rightarrow A(1+a; 2+3a; a), B \in d_2 \Rightarrow B(-1-b; 1+2b; 2+4b)$ .

Ta có  $\overrightarrow{MA} = (a-2; 3a-1; a+2); \overrightarrow{MB} = (-b-4; 2b-2; 4b+4)$ .

Vì  $M, A, B \in d$  nên chúng thẳng hàng, do đó tồn tại số thực  $k \neq 0$  sao cho  $\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a-2 = k(-4-b) \\ 3a-1 = k(2b-2) \\ a+2 = k(4b+4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \Rightarrow A(-2; -1; 2), B(-4; -2; 4) \\ k = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy  $AB = \sqrt{(-2)^2 + (-1)^2 + 2^2} = 3$ .

**Câu 47.** Có bao nhiêu cặp số nguyên dương  $(x; y)$  thoả mãn  $0 < x \leq 2023$  và  $3^x(x+1) = 27^y y^2$ ?

A. 2020.

B. 674.

C. 672 .  
Lời giải

D. 2019 .

**Chọn B**

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } 3^x \cdot (x+1) = 27^y \cdot y &\Leftrightarrow \log_3 [3^x \cdot (x+1)] = \log_3 (27^y \cdot y) \\ &\Leftrightarrow x + \log_3 (x+1) = 3y + \log_3 y \Leftrightarrow (x+1) + \log_3 (x+1) = 3y + \log_3 y + \log_3 3 \\ &\Leftrightarrow (x+1) + \log_3 (x+1) = 3y + \log_3 (3y). \end{aligned}$$

Xét hàm số  $f(t) = t + \log_3 t$ , với  $t \in (1; 2024]$ .

$$f'(t) = 1 + \frac{1}{t \ln 3} > 0, \forall t \in (1; 2024].$$

Suy ra hàm số  $f(t)$  liên tục và đồng biến trên  $(0; 2023)$ .

$$\text{Mà } \Leftrightarrow f(x+1) = f(3y) \Leftrightarrow x+1 = 3y \Leftrightarrow x = 3y-1.$$

$$\text{Vì } 0 < x \leq 2023 \Leftrightarrow 0 < 3y-1 \leq 2023 \Leftrightarrow 1 < 3y \leq 2024 \Leftrightarrow \frac{1}{3} < y \leq \frac{2024}{3}.$$

Do  $y \in \mathbb{Z}^+$   $\Rightarrow y \in \{1; 2; 3; \dots; 673; 674\}$ . Ứng với mỗi giá trị  $y$  cho ta một  $x$  nguyên dương.

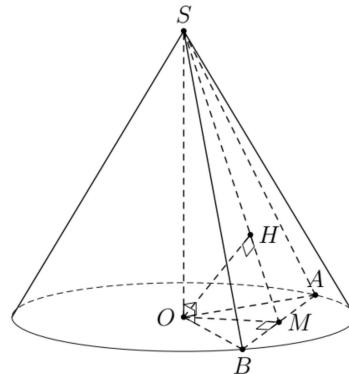
Vậy có 674 cặp  $(x; y)$  thỏa yêu cầu bài toán.

- Câu 48.** Cho khối nón đỉnh  $S$ , tâm mặt đáy  $O$  và có thể tích bằng  $12\pi a^3$ . Gọi  $A$  và  $B$  là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho  $AB = 2a$  và góc  $\widehat{AOB} = 60^\circ$ . Khoảng cách từ  $O$  đến mặt phẳng  $(SAB)$  bằng

A.  $\frac{9\sqrt{7}}{14}a$ .      B.  $\frac{18\sqrt{85}}{85}a$ .      C.  $\frac{3\sqrt{7}}{14}a$ .      D.  $\frac{6\sqrt{85}}{85}a$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Vì tam giác  $OAB$  đều nên bán kính đường tròn đáy  $r = AB = 2a$ .

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = 12\pi a^3 \Leftrightarrow \frac{1}{3}\pi (2a)^2 h = 12a^3 \pi \Leftrightarrow h = 9a.$$

Gọi  $M$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ . Khi đó  $AB \perp (SOM)$ . Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $O$  lên  $SM$ . Suy ra  $OH \perp (SAB)$  hay  $d(O, (SAB)) = OH$ .

$$\text{Ta có } OM = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Suy ra } \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OM^2} + \frac{1}{OS^2} \Leftrightarrow \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{(a\sqrt{3})^2} + \frac{1}{(9a)^2} \Leftrightarrow OH = \frac{9\sqrt{7}}{14}a.$$

**Câu 49.** Cho hai mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 36$  và  $(S'): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 81$ . Gọi  $d$  là đường thẳng tiếp xúc với cả hai mặt cầu trên và cách điểm  $M(4; -1; -7)$  một khoảng lớn nhất. Gọi  $E(m; n; p)$  là giao điểm của  $d$  với mặt phẳng  $(P): 2x - y + z - 17 = 0$ . Biểu thức  $T = m + n + p$  có giá trị bằng

A.  $T = 81$ .

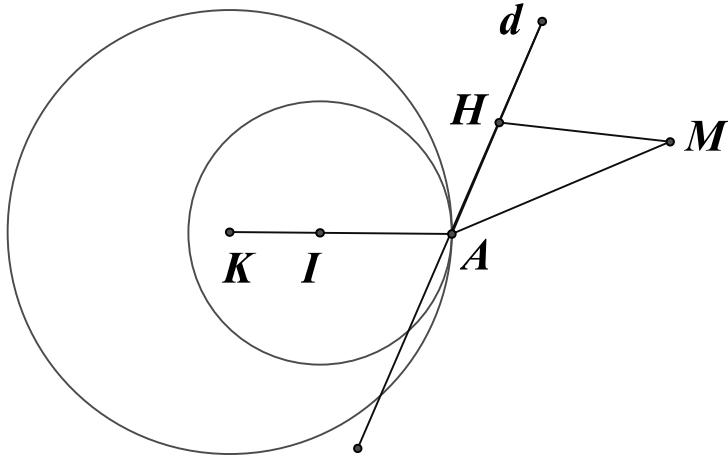
B.  $T = 92$ .

C.  $T = 79$ .

D.  $T = 88$ .

Lời giải

Chọn D



Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; 0; 3)$  và có bán kính  $R = 6$ .

Mặt cầu  $(S')$  có tâm  $K(-1; 1; 1)$  và có bán kính  $R' = 9$ .

Lại có  $\vec{KI} = (2; -1; 2) \Rightarrow KI = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2} = 3 \Rightarrow KI = R' - R$  suy ra hai mặt cầu tiếp xúc

trong tại điểm  $A(a; b; c)$ , mà  $KA = R' = 9 = 3KI \Rightarrow \vec{KA} = 3\vec{KI} \Rightarrow \begin{cases} a+1=6 \\ b-1=-3 \\ c-1=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=5 \\ b=-2 \\ c=7 \end{cases}$ .

Do đó  $A(5; -2; 7)$ . Vì  $d$  là đường thẳng tiếp xúc với cả hai mặt cầu trên nên  $d$  đi qua  $A$  và vuông góc với  $KI$ . Ké  $MH \perp d \Rightarrow MH \leq MA$ , nên  $MH$  lớn nhất khi và chỉ khi  $H$  trùng  $A$ .

Khi đó  $d$  là đường thẳng đi qua  $A$  và vuông góc với  $KI$  và  $AM$  suy ra  $d$  có một véc tơ chỉ phương  $\vec{u} = [\vec{KI}, \vec{AM}]$ . Ta có  $\vec{AM} = (-1; 1; -14) \Rightarrow \vec{u} = (12; 26; 1)$ .

Nên phương trình tham số của  $d$  là  $\begin{cases} x = 5 + 12t \\ y = -2 + 26t \\ z = 7 + t \end{cases}$ .

Vì  $E = d \cap (P)$  suy ra  $E(5 + 12t; -2 + 26t; 7 + t)$ .

Vì  $E \in (P)$  suy ra  $2(5 + 12t) - (-2 + 26t) + (7 + t) - 17 = 0 \Leftrightarrow t = 2$  suy ra  $E(29; 50; 9)$ .

Mà  $E(m; n; p)$  suy ra  $\begin{cases} m = 29 \\ n = 50 \\ p = 9 \end{cases}$ . Vậy  $T = 88$ .

**Câu 50.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x^5}{5} - x^2 + (m-1)x - 4029$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để hàm số  $y = |f(x-1) + 2023|$  nghịch biến trên  $(-\infty; 2)$  ?

A. 2005 .

B. 2006 .

C. 2007 .

D. 2008 .

**Lời giải**

**Chọn A**

Đặt  $h(x) = f(x-1) + 2023$ .

Ta có  $y = |f(x-1) + 2023| = |h(x)| = \sqrt{h(x)^2}$

$$\begin{aligned} y' &= \frac{h(x) \cdot h'(x)}{|h(x)|} \leq 0 \quad \forall x < 2 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} h(x) < 0 \\ h'(x) \geq 0 \end{cases} \quad \forall x < 2 \text{ hoặc } \begin{cases} h(x) > 0 \\ h'(x) \leq 0 \end{cases} \quad \forall x < 2 \end{aligned}$$

### ★ Trường hợp 1

$$\begin{cases} h(2) \leq 0 \\ h'(x) \geq 0 \end{cases} \quad \forall x \in (-\infty; 2) \text{ tương đương} \Leftrightarrow \begin{cases} f(1) + 2023 \leq 0 \quad (1) \\ f'(x-1) \geq 0 \quad \forall x \in (-\infty; 2) \quad (2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{10039}{5} \quad (1) \\ (x-1)^4 - 2(x-1) + m - 1 \geq 0 \quad \forall x \in (-\infty; 2) \quad (2) \end{cases}$$

Đặt  $t = x-1$ ,  $t \in (-\infty; 1)$ , khi đó ta có

$$(2) \Leftrightarrow t^4 - 2t + m - 1 \geq 0 \quad \forall t \in (-\infty; 1)$$

$$\Leftrightarrow -t^4 + 2t + 1 \leq m \quad \forall t \in (-\infty; 1)$$

Đặt  $g(t) = -t^4 + 2t + 1 \Rightarrow g'(t) = -4t^3 + 2$ .

$$\text{Xét } g'(t) = 0 \Leftrightarrow -4t^3 + 2 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}.$$

$$\text{Nên } \Leftrightarrow f\left(\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right) \leq m \Leftrightarrow m \geq \frac{3}{2\sqrt[3]{2}} + 1$$

$$\text{Từ và suy ra } \frac{3}{2\sqrt[3]{2}} + 1 \leq m \leq \frac{10039}{5}$$

### ★ Trường hợp 2

$$\begin{cases} h(2) \geq 0 \\ h'(x) \leq 0 \end{cases} \quad \forall x \in (-\infty; 2) \text{ tương đương} \Leftrightarrow \begin{cases} f(1) + 2023 \geq 0 \quad (1) \\ f'(x-1) \leq 0 \quad \forall x \in (-\infty; 2) \quad (2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \frac{10039}{5} \quad (1) \\ (x-1)^4 - 2(x-1) + m - 1 \leq 0 \quad \forall x \in (-\infty; 2) \quad (2) \end{cases}$$

Đặt  $t = x-1$ ,  $t \in (-\infty; 1)$ , khi đó ta có

$$(2) \Leftrightarrow t^4 - 2t + m - 1 \leq 0 \quad \forall t \in (-\infty; 1)$$

$$\Leftrightarrow -t^4 + 2t + 1 \geq m \quad \forall t \in (-\infty; 1)$$

Đặt  $g(t) = -t^4 + 2t + 1 \Rightarrow g'(t) = -4t^3 + 2$ .

Xét  $g'(t) = 0 \Leftrightarrow -4t^3 + 2 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ .

Vô nghiệm

Vậy:  $\frac{3}{2\sqrt[3]{2}} + 1 \leq m \leq \frac{10039}{5}$ , mà  $m \in \mathbb{Z}$  nên có 2005 giá trị  $m$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

----- HẾT -----