

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
PHÚ THỌ**

**KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH  
LỚP 12 THPT NĂM HỌC 2022 - 2023 MÔN TOÁN**  
*Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)*

**Câu 1:** Tập xác định của hàm số  $y = (x^2 - 1)^{-2023}$  là  
A.  $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ .    B.  $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$     C.  $\mathbb{R}$ .    D.  $(0; +\infty)$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x) = e^{2x} + \cos x$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $\int f(x)dx = \frac{e^{2x}}{2} - \sin x + C$     B.  $\int f(x)dx = \frac{e^{2x}}{2} + \sin x + C$   
C.  $\int f(x)dx = e^{2x} + \sin x + C$     D.  $\int f(x)dx = e^{2x} - \sin x + C$

**Câu 3:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 3$  và công bội  $q = 2$ . Giá trị của  $u_5$  bằng  
A. 30.    B. 48.    C. 27.    D. 5.

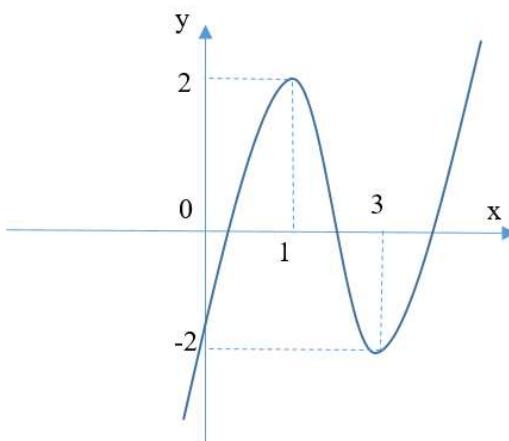
**Câu 4:** Nghiệm của phương trình  $3^{x-4} = 9$  là  
A.  $x = 6$ .    B.  $x = 2$ .    C.  $x = 3$ .    D.  $x = 4$ .

**Câu 5:** Biết phương trình  $\log_3 x - 5 \log_3 x + 3 = 0$  có hai nghiệm  $x_1, x_2$ . Giá trị  $x_1 \cdot x_2$  là:  
A. 243    B. 5    C. 3    D. 81

**Câu 6:** Phương trình tiệm cận ngang của hàm số  $y = \frac{2x-3}{x+1}$  là:  
A.  $y = 2$     B.  $x = -1$     C.  $x = \frac{3}{2}$     D.  $y = -3$

**Câu 7:** Nếu  $\int_0^4 f(x)dx = 3$ ,  $\int_0^2 f(x)dx = 1$  thì  $\int_2^4 f(x)dx$  bằng  
A. 4    B. 3    C. 2    D. -2

**Câu 8:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ



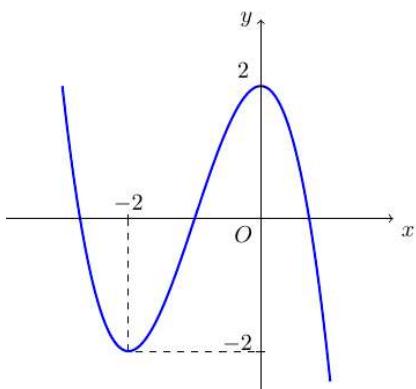
Số nghiệm của phương trình  $2f(x) + 1 = 0$  bằng

- A. 2    B. 4    C. 0    D. 3

**Câu 9:** Đạo hàm của hàm số  $y = \log_5 x$  là

- A.  $\frac{1}{x \ln 5}$ .      B.  $\frac{1}{x}$ .      C.  $\frac{\ln 5}{x}$ .      D.  $\frac{1}{5 \ln x}$ .

**Câu 10:** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; -2)$ .      B.  $(0; +\infty)$ .      C.  $(-2; 0)$ .      D.  $(-1; 1)$ .

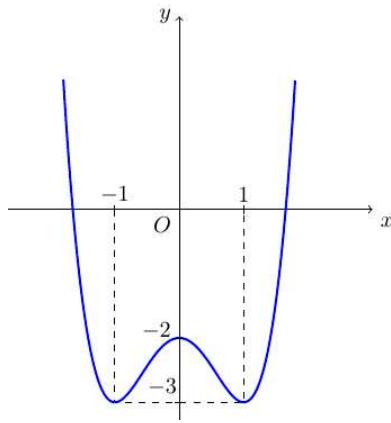
**Câu 11:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$+\infty$	
$y'$	+	0	-	0	+
$y$	$-\infty$	1	-3	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. 0.      B. -1.      C. -3.      D. 1.

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị như hình vẽ



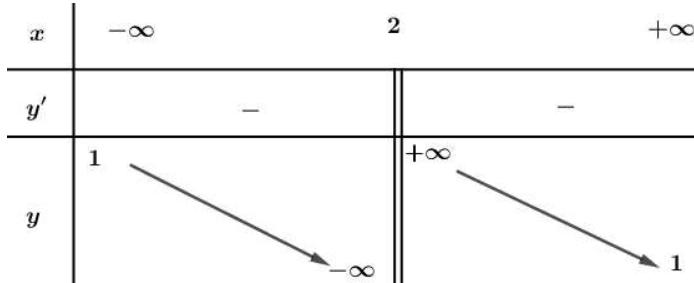
Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

- A.  $(0; -2)$ .      B.  $(-2; 0)$ .      C.  $(-1; -3)$ .      D.  $(1; -3)$ .

**Câu 13:** Cho  $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = F(x) + C$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $F'(x) = \frac{\sin 2x}{\cos^2 x}$ .      B.  $F'(x) = \tan x$ .      C.  $F'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$ .      D.  $F'(x) = -\frac{1}{\cos^2 x}$ .

**Câu 14:** Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình vẽ?



- A.  $y = x^4 - 4x^2 + 3$ .      B.  $y = \frac{x-1}{x-2}$ .      C.  $y = \frac{x-3}{x-2}$ .      D.  $y = x^3 - 3x^2 + 2$ .

**Câu 15:** Từ một nhóm học sinh gồm 5 nam và 7 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra hai học sinh?

- A.  $A_{12}^2$ .      B.  $C_{12}^2$ .      C.  $12^2$ .      D.  $2^{12}$ .

**Câu 16:** Cho tất cả các số thực  $a, b, \alpha (a > b > 0, \alpha > 1)$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $(a-b)^\alpha = a^\alpha - b^\alpha$ .      B.  $(a+b)^\alpha = a^\alpha + b^\alpha$ .      C.  $\left(\frac{a}{b}\right)^\alpha = \frac{a^\alpha}{b^{-\alpha}}$ .      D.  $(ab)^\alpha = a^\alpha b^\alpha$ .

**Câu 17:** Nếu  $\int_0^6 f(x) dx = 5$  và  $\int_0^6 g(x) dx = 7$  thì  $I = \int_0^6 [2f(x) + 3g(x)] dx$  bằng

- A. 26.      B. 29.      C. 31.      D. 21.

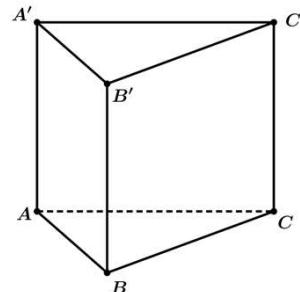
**Câu 18:** Có bao nhiêu giá trị nguyên không âm của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}(m-1)x^3 - (m-1)x^2 + (m-3)x - m^2$  nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ .

- A. 3.      B. 2.      C. 4.      D. 1.

**Câu 19:** Cho khối chóp có diện tích đáy bằng 5, chiều cao bằng 6. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. 15.      B. 5.      C. 10.      D. 30.

**Câu 20:** Cho khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $AC = AA' = 2$  (tham khảo hình vẽ)



Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 2.      B.  $\frac{2}{3}$ .      C.  $\frac{4}{3}$ .      D. 4.

- Câu 21:** Trong không gian  $Oxyz$ , nếu vecto  $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$  thì tọa độ điểm  $M$  là  
**A.**  $(-2;3;-1)$ .      **B.**  $(-3;2;1)$ .      **C.**  $(2;-3;1)$ .      **D.**  $(2;1;-3)$ .
- Câu 22:** Cho hình trụ có bán kính đáy  $r = 6$ , đường sinh  $l = 8$ . Diện tích toàn phần của hình trụ đã cho bằng  
**A.**  $32\pi$ .      **B.**  $96\pi$ .      **C.**  $132\pi$ .      **D.**  $168\pi$ .
- Câu 23:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_3(x-1) < 2$  là  
**A.**  $(-\infty;10)$ .      **B.**  $(1;10)$ .      **C.**  $(0;+\infty)$ .      **D.**  $[1;10)$ .
- Câu 24:** Cho mặt cầu có diện tích bằng  $24\pi$ . Bán kính của mặt cầu đã cho bằng  
**A.**  $3\sqrt{2}$ .      **B.**  $\sqrt{6}$ .      **C.**  $3$ .      **D.**  $\sqrt{3}$ .
- Câu 25:** Có hàm số  $f(x) = \frac{x-m^2}{x+3}$ . Gọi  $m_0$  là giá trị lớn nhất của tham số  $m$  để hàm số đã cho có giá trị nhỏ nhất trên đoạn  $[0;5]$  bằng  $-3$ . Khẳng định nào sau đây đúng?  
**A.**  $m_0 \in (4;6)$ .      **B.**  $m_0 \in (6;8)$ .      **C.**  $m_0 \in (0;2)$ .      **D.**  $m_0 \in (2;4)$ .
- Câu 26:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Gọi  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $F(2) - F(0) = 5$ . Khi đó  $\int_0^2 3f(x)dx$  bằng  
**A.** 6.      **B.** 15.      **C.** 10.      **D.** 5.
- Câu 27:** Cho khối nón có chiều cao  $h = 3$ , thể tích  $V = 9\pi$ . Bán kính đáy của khối nón đã cho bằng  
**A.**  $\sqrt{3}$ .      **B.**  $3\sqrt{3}$ .      **C.** 3.      **D.** 9.
- Câu 28:** Trong kho đèn trang trí có 8 bóng đèn loại I và 12 bóng đèn loại II, các bóng đèn trong kho khác nhau về màu sắc và hình dáng. Lấy ra 8 bóng đèn bất kì. Xác suất để 8 bóng đèn lấy ra có đủ hai loại và số bóng đèn loại I nhiều hơn số bóng đèn loại II bằng  
**A.**  $\frac{7132}{62985}$ .      **B.**  $\frac{7132}{62987}$ .      **C.**  $\frac{7084}{62985}$ .      **D.**  $\frac{7132}{62983}$ .
- Câu 29:** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = x^3 - 2x^2 - 7x + 1$  trên đoạn  $[-2;1]$  bằng  
**A.** 3.      **B.** 5.      **C.** 6.      **D.** 4.
- Câu 30:** Cho bất phương trình  $\left(\frac{1}{7}\right)^{\frac{2}{x}} - 5\left(\frac{1}{7}\right)^{\frac{1}{x}} > 14$  có tập nghiệm  $S = (a;b)$ . Giá trị của biểu thức  $3a + 4b$  bằng  
**A.**  $-3$ .      **B.**  $-2$ .      **C.**  $-5$ .      **D.** 0.
- Câu 31:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $M(2;-1;1)$  và nhận  $\vec{n} = (1;3;-2)$  làm vectơ pháp tuyến có phương trình là  
**A.**  $x + 3y - 2z + 3 = 0$ .      **B.**  $x + 3y - 2z - 3 = 0$ .      **C.**  $2x - y + z + 3 = 0$ .      **D.**  $2x - y + z - 3 = 0$ .
- Câu 32:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 2 = 0$ . Tâm của  $(S)$  có tọa độ là  
**A.**  $(2;-4;6)$ .      **B.**  $(-1;2;-3)$ .      **C.**  $(1;-2;3)$ .      **D.**  $(-2;4;-6)$ .

**Câu 33:** Cho hàm số  $y = f(x)$  thoả mãn  $f(0) = -\frac{4}{3}$  và  $f'(x) = x^3 f^2(x)$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Giá trị của  $f(3)$  bằng

- A. -1.      B.  $-\frac{4}{19}$ .      C.  $-\frac{3}{4}$ .      D.  $-\frac{1}{21}$ .

**Câu 34:** Số nghiệm nguyên của bất phương trình  $\log_{2023}\left(x\sqrt{x^2+5}-x^2\right) \leq \sqrt{x^2+5}-4x$  là:

- A. 0.      B. 1.      C. 2.      D. 3.

**Câu 35:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Biết  $f(x) > -1, \forall x \in \mathbb{R}, f(0) = 0$  và thoả mãn  $f'(x)\sqrt{x^2+1} = 2x\sqrt{f(x)+1}$ . Khi đó,  $\int_0^{\sqrt{3}} f'(x)dx$  bằng

- A. 0.      B. 3.      C. 9.      D. 5.

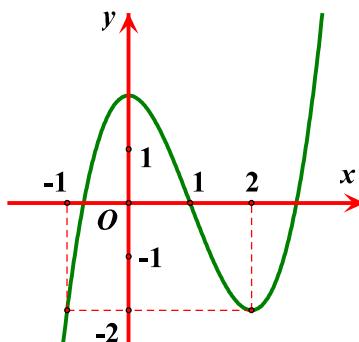
**Câu 36:** Trong mặt phẳng  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S)$  có tâm thuộc trục  $Ox$  và đi qua hai điểm  $A(1; 2; 1), B(-1; 0; 3)$  có bán kính bằng

- A. 3.      B.  $2\sqrt{3}$ .      C.  $\sqrt{3}$ .      D. 9.

**Câu 37:** Hàm số  $y = \ln(x^4 - 8x^2 + 3)$  có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 0.      B. 2.      C. 3.      D. 1.

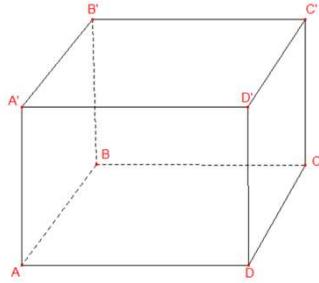
**Câu 38:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình dưới đây



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $f(\sqrt{x+2} + \sqrt{2-x} - m) + 2 = 0$  có nghiệm trong khoảng  $(-2; 2)$ ?

- A. 1.      B. 3.      C. 2.      D. 0.

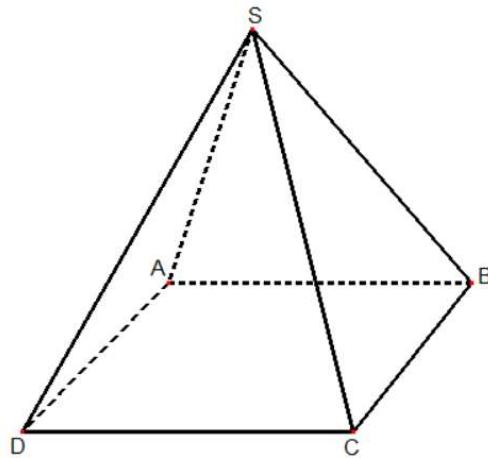
**Câu 39:** Cho khối hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = a, AD = 2a$ , diện tích tam giác  $C'BD$  bằng  $\frac{\sqrt{14}}{2}a^2$  (tham khảo hình vẽ).



Thể tích của khối hộp đã cho bằng

- A.  $\sqrt{14}a^3$ .      B.  $\frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$ .      C.  $\frac{4}{3}a^3$ .      D.  $2\sqrt{2}a^3$ .

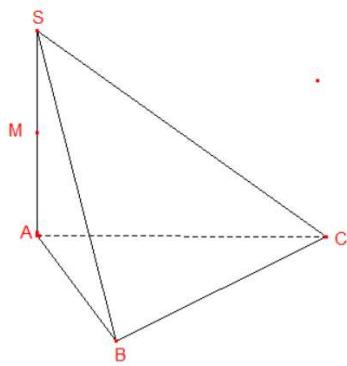
**Câu 40:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có đáy bằng  $a$  và cạnh bên bằng  $\sqrt{2}a$  (tham khảo hình vẽ).



Góc giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(SAC)$  bằng

- A.  $45^\circ$ .      B.  $90^\circ$ .      C.  $30^\circ$ .      D.  $60^\circ$ .

**Câu 41:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy,  $SB = \sqrt{3}a$  (tham khảo hình vẽ)



Khoảng cách từ trung điểm  $M$  của  $SA$  đến mặt phẳng  $(SBC)$  bằng

- A.  $\frac{\sqrt{66}}{33}a$ .      B.  $\frac{\sqrt{66}}{11}a$ .      C.  $\frac{\sqrt{66}}{22}a$ .      D.  $\frac{\sqrt{66}}{44}a$ .

**Câu 42:** Cho hàm số  $f(x) = -x^4 - (5 - m^2)x + 2023$  và  $g(x) = -x^3 + 5x^2 - 2022x + 2023$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $h(x) = g[f(x)]$  đồng biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ ?

A. 7.

B. 5.

C. 6.

D. 8.

**Câu 43:** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $2a$ , tam giác  $\Delta SAB$  vuông cân tại  $S$ , tam giác  $\Delta SCD$  có  $SC = SD = \frac{\sqrt{10}}{2}a$ . Thể tích khối chóp đã cho bằng

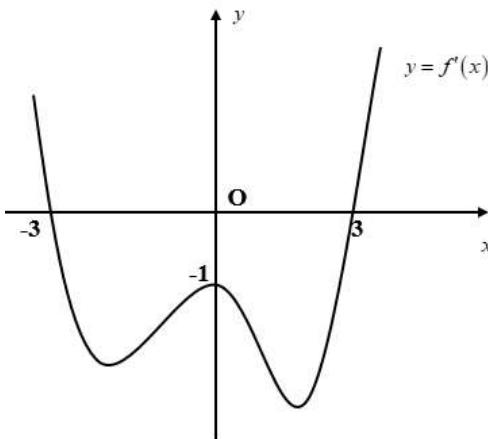
A.  $\frac{\sqrt{15}}{18}a^3$ .

B.  $\frac{\sqrt{15}}{12}a^3$ .

C.  $\frac{\sqrt{21}}{24}a^3$ .

D.  $\frac{\sqrt{15}}{6}a^3$ .

**Câu 44:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Biết  $f(-5) < 0$  và đồ thị  $f'(x)$  như hình vẽ



Hàm số  $g(x) = |3f(-x^4 + 2x^2 - 5) - 2x^6 + 6x^2|$  có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?

A. 9.

B. 3.

C. 5.

D. 7.

**Câu 45:** Cho hình nón có thiết diện đi qua đỉnh là tam giác  $SAB$  vuông tại  $S$ , ( $A, B$  thuộc đường tròn đáy). Biết tam giác  $SAB$  có bán kính đường tròn nội tiếp bằng  $2(\sqrt{2}-1)$  đường cao  $SO$  tạo với mặt phẳng  $SAB$  một góc  $30^\circ$ . Diện tích xung quanh của hình nón bằng:

A.  $2\sqrt{10}\pi$

B.  $2\sqrt{5}\pi$

C.  $4\sqrt{10}\pi$

D.  $\sqrt{15}\pi$

**Câu 46:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f(1) = 1; f(3x) - x^2 f(x^3) = 4x^3 + 2x + 1, (\forall x \in \mathbb{R})$ . Khi đó  $\int_1^3 xf'(x) dx$  bằng:

A. 14

B. -1

C. 5

D. 6

**Câu 47:** Cho khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ ,  $AB = a$ ,  $\widehat{ACB} = 30^\circ$   $BC' = a\sqrt{7}$ . Lấy hai điểm  $M, N$  lần lượt trên hai cạnh  $AB'$  và  $AC'$  sao cho  $\overrightarrow{AB'} = 3\overrightarrow{AM}$ ,  $\overrightarrow{NC} = 2\overrightarrow{A'N}$ . Thể tích khối đa diện  $BMNC'C$  bằng

A.  $\frac{8}{9}a^3$ .

B.  $\frac{4}{9}a^3$ .

C.  $\frac{1}{2}a^3$ .

D.  $\frac{3}{2}a^3$ .

**Câu 48:** Có bao nhiêu số nguyên  $a \in (-2023; 2023)$  để phương trình  $\frac{1}{\log_2(x+7)} + \frac{1}{5^x - 1} = x + a$  có 3 nghiệm phân biệt

A. 2028.

B. 2027.

C. 2017.

D. 2016.

**Câu 49:** Cho hình trụ có bán kính đáy bằng  $\sqrt{3}a$ . Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng song song với trục, cách trục một khoảng bằng  $\sqrt{2}a$  ta được thiết diện là một hình chữ nhật có chu vi bằng  $10a$ . Thể tích khối trụ đã cho bằng

- A.  $27\pi a^3$ .      B.  $3\pi a^3$ .      C.  $9\pi a^3$ .      D.  $12\pi a^3$ .

**Câu 50:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2; -1; 2), B(6; 3; 2)$ . Xét hai điểm  $M, N$  thay đổi thuộc mặt phẳng ( $Oyz$ ) sao cho  $MN = 16$ . Giá trị nhỏ nhất của  $AM + BN$  bằng

- A.  $4\sqrt{5}$ .      B.  $4\sqrt{13}$ .      C.  $2\sqrt{15}$ .      D.  $5\sqrt{3}$ .

HẾT

## BẢNG ĐÁP ÁN

<b>1.B</b>	<b>2.B</b>	<b>3.B</b>	<b>4.A</b>	<b>5.A</b>	<b>6.A</b>	<b>7.C</b>	<b>8.D</b>	<b>9.A</b>	<b>10.C</b>
<b>11.C</b>	<b>12.A</b>	<b>13.C</b>	<b>14.B</b>	<b>15.B</b>	<b>16.D</b>	<b>17.C</b>	<b>18.B</b>	<b>19.C</b>	<b>20.D</b>
<b>21.C</b>	<b>22.D</b>	<b>23.B</b>	<b>24.B</b>	<b>25.D</b>	<b>26.B</b>	<b>27.C</b>	<b>28.A</b>	<b>29.B</b>	<b>30.A</b>
<b>31.A</b>	<b>32.C</b>	<b>33.D</b>	<b>34.A</b>	<b>35.B</b>	<b>36.A</b>	<b>37.D</b>	<b>38.A</b>	<b>39.D</b>	<b>40.C</b>
<b>41.C</b>	<b>42.B</b>	<b>43.D</b>	<b>44.D</b>	<b>45.A</b>	<b>46.A</b>	<b>47.A</b>	<b>48.A</b>	<b>49.C</b>	<b>50.B</b>

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

**Câu 1:** Tập xác định của hàm số  $y = (x^2 - 1)^{-2023}$  là

- A.**  $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ .    **B.**  $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$                   **C.**  $\mathbb{R}$ .                  **D.**  $(0; +\infty)$ .

## Lời giải

## Chọn B

Hàm số  $y = (x^2 - 1)^{-2023}$  xác định khi  $x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -1 \end{cases}$ .

Vậy tập xác định của hàm số là  $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x) = e^{2x} + \cos x$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.**  $\int f(x)dx = \frac{e^{2x}}{2} - \sin x + C$

**B.**  $\int f(x)dx = \frac{e^{2x}}{2} + \sin x + C$

**C.**  $\int f(x)dx = e^{2x} + \sin x + C$

**D.**  $\int f(x)dx = e^{2x} - \sin x + C$

## Lời giải

Chon B

$$\int f(x)dx = \frac{e^{2x}}{2} + \sin x + C$$

**Câu 3:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 3$  và công bội  $q = 2$ . Giá trị của  $u_5$  bằng

- A.** 30.      **B.** 48.      **C.** 27.      **D.** 5.

## Lời giải

**Chọn B**

Công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân:  $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$ .

$$\text{Do } \hat{d} \text{ó } u_5 = 3 \cdot 2^4 = 48.$$

**Câu 4:** Nghiệm của phương trình  $3^{x-4} = 9$  là

- A.  $x = 6$ .      B.  $x = 2$ .      C.  $x = 3$ .      D.  $x = 4$ .

## Lời giải

**Chọn A**

$$\text{Ta có: } 3^{x-4} = 9 \Leftrightarrow 3^{x-4} = 3^2 \Leftrightarrow x-4 = 2 \Leftrightarrow x = 6.$$

**Câu 5:** Biết phương trình  $\log_3^2 x - 5\log_3 x + 3 = 0$  có hai nghiệm  $x_1, x_2$ . Giá trị  $x_1 \cdot x_2$  là:

- A. 243      **B.** 5      **C.** 3      **D.** 81

## Lời giải

**Chọn A**

Xét phương trình  $\log_3 x - 5 \log_3 x + 3 = 0$ , điều kiện  $x > 0$

Đặt  $t = \log_3 x \Rightarrow x = 3^t$

Ta được phương trình  $t^2 - 5t + 3 = 0$  vì phương trình có hai nghiệm nên theo viet ta được  $t_1 + t_2 = 5$

Do đó  $x_1 \cdot x_2 = 3^{t_1} \cdot 3^{t_2} = 3^{t_1+t_2} = 3^5 = 243$

**Câu 6:** Phương trình tiệm cận ngang của hàm số  $y = \frac{2x-3}{x+1}$  là:

**A.**  $y = 2$

**B.**  $x = -1$

**C.**  $x = \frac{3}{2}$

**D.**  $y = -3$

**Lời giải**

**Chọn A**

Tiệm cận ngang hàm số  $y = \frac{2x-3}{x+1}$  là  $y = \frac{a}{c} = 2$

**Câu 7:** Nếu  $\int_0^4 f(x)dx = 3$ ,  $\int_0^2 f(x)dx = 1$  thì  $\int_2^4 f(x)dx$  bằng

**A.** 4

**B.** 3

**C.** 2

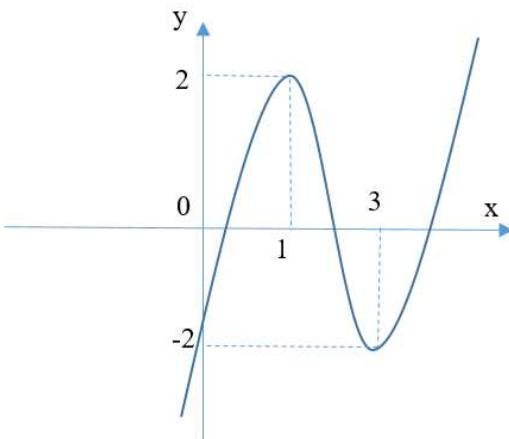
**D.** -2

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $\int_2^4 f(x)dx = \int_2^0 f(x)dx + \int_0^4 f(x)dx = -\int_0^2 f(x)dx + 3 = -1 + 3 = 2$

**Câu 8:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ



Số nghiệm của phương trình  $2f(x)+1=0$  bằng

**A.** 2

**B.** 4

**C.** 0

**D.** 3

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $2f(x)+1=0 \Rightarrow f(x)=\frac{-1}{2}$

Kẻ đường thẳng  $y=\frac{-1}{2}$  cắt đồ thị tại 3 điểm nên có 3 nghiệm

**Câu 9:** Đạo hàm của hàm số  $y=\log_5 x$  là

A.  $\frac{1}{x \ln 5}$ .

B.  $\frac{1}{x}$ .

C.  $\frac{\ln 5}{x}$ .

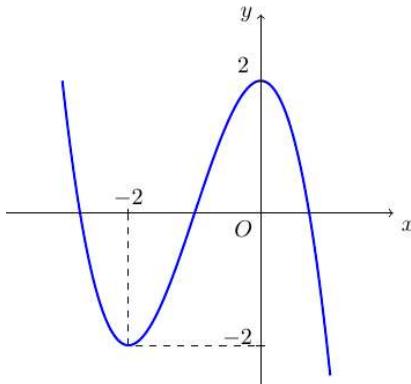
D.  $\frac{1}{5 \ln x}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $y=\log_5 x \Rightarrow y'=\frac{1}{x \ln 5}$ .

**Câu 10:** Cho hàm số bậc ba  $y=f(x)$  có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A.  $(-\infty; -2)$ .

B.  $(0; +\infty)$ .

C.  $(-2; 0)$ .

D.  $(-1; 1)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-2; 0)$ .

**Câu 11:** Cho hàm số  $y=f(x)$  có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$+\infty$
$y'$	+	0	-	0
$y$	$-\infty$	1	-3	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 0.

B. -1.

C. -3.

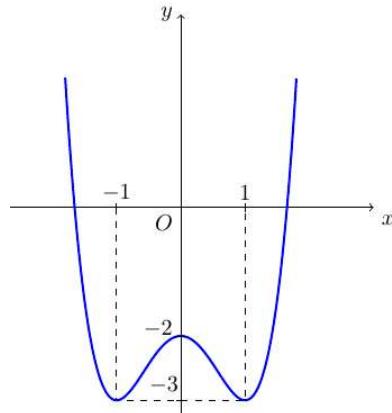
D. 1.

### Lời giải

#### Chọn C

Từ bảng biến thiên ta có giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là  $y = -3$ .

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị như hình vẽ



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

A.  $(0; -2)$ .

B.  $(-2; 0)$ .

C.  $(-1; -3)$ .

D.  $(1; -3)$ .

### Lời giải

#### Chọn A

Dựa vào đồ thị hàm số suy ra điểm cực đại của đồ thị hàm số có tọa độ là  $(0; -2)$ .

**Câu 13:** Cho  $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = F(x) + C$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A.  $F'(x) = \frac{\sin 2x}{\cos^2 x}$ .

B.  $F'(x) = \tan x$ .

C.  $F'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$ .

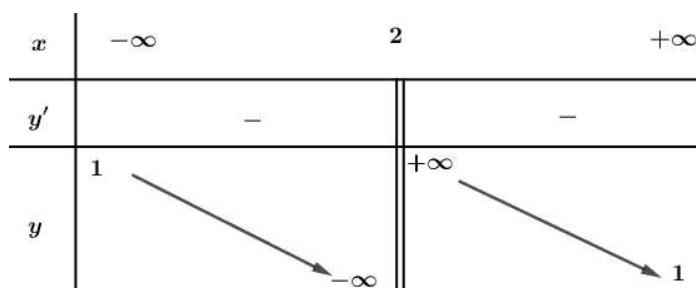
D.  $F'(x) = -\frac{1}{\cos^2 x}$ .

### Lời giải

#### Chọn C

Ta có:  $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = F(x) + C$  nên  $F'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$ .

**Câu 14:** Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình vẽ?



A.  $y = x^4 - 4x^2 + 3$ .

B.  $y = \frac{x-1}{x-2}$ .

C.  $y = \frac{x-3}{x-2}$ .

D.  $y = x^3 - 3x^2 + 2$ .

### Lời giải

#### Chọn B

Nhìn vào BBT ta thấy đây là BBT của hàm nhất biến nên loại A và D

Với  $y = \frac{x-3}{x-2} \Rightarrow y' = \frac{1}{(x-2)^2} > 0, \forall x \neq 2$  nên loại **C.**

**Câu 15:** Từ một nhóm học sinh gồm 5 nam và 7 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra hai học sinh?

- A.**  $A_{12}^2$ .      **B.**  $C_{12}^2$ .      **C.**  $12^2$ .      **D.**  $2^{12}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Số cách chọn 2 học sinh từ 12 học sinh là:  $C_{12}^2$ .

**Câu 16:** Cho tất cả các số thực  $a, b, \alpha (a > b > 0, \alpha > 1)$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.**  $(a-b)^\alpha = a^\alpha - b^\alpha$ .    **B.**  $(a+b)^\alpha = a^\alpha + b^\alpha$ .    **C.**  $\left(\frac{a}{b}\right)^\alpha = \frac{a^\alpha}{b^{-\alpha}}$ .    **D.**  $(ab)^\alpha = a^\alpha b^\alpha$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

**Câu 17:** Nếu  $\int_0^6 f(x)dx = 5$  và  $\int_0^6 g(x)dx = 7$  thì  $I = \int_0^6 [2f(x) + 3g(x)]dx$  bằng

- A.** 26.      **B.** 29.      **C.** 31.      **D.** 21.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $I = \int_0^6 [2f(x) + 3g(x)]dx = 2\int_0^6 f(x)dx + 3\int_0^6 g(x)dx = 2.5 + 3.7 = 31$ .

**Câu 18:** Có bao nhiêu giá trị nguyên không âm của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}(m-1)x^3 - (m-1)x^2 + (m-3)x - m^2$  nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ .

- A.** 3.      **B.** 2.      **C.** 4.      **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn B**

+ TH 1: Nếu  $m = 1$  thì hàm số trở thành  $y = -2x - 1$ : Hàm số này luôn nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .

+ TH 2: Nếu  $m \neq 1$  thì ta có:  $y' = (m-1)x^2 - 2(m-1)x + m - 3$ .

Hàm số luôn nghịch biến trên  $(-\infty; +\infty) \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-1 < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ (m-1)^2 - (m-1)(m-3) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ 2m-2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m < 1.$$

Kết hợp hai trường hợp ta được  $m \leq 1$ .

Vậy có 2 giá trị  $m$  cần tìm.

**Câu 19:** Cho khối chóp có diện tích đáy bằng 5, chiều cao bằng 6. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A.** 15.      **B.** 5.      **C.** 10.      **D.** 30.

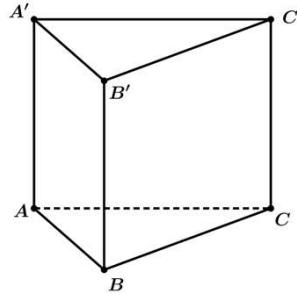
**Lời giải**

**Chọn C**

Thể tích khối chóp là  $V = \frac{1}{3}S.h = \frac{1}{3}.5.6 = 10$ .

**Câu 20:** Cho khối lăng trụ đứng  $ABC A'B'C'$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $AC = A'C' = 2$  (tham

khảo hình vẽ)



Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. 2.

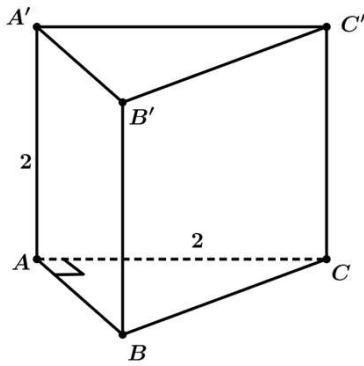
B.  $\frac{2}{3}$ .

C.  $\frac{4}{3}$ .

D. 4.

Lời giải

**Chọn D**



Ta có  $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2$ .

Thể tích khối lăng trụ là  $V_{ABC \cdot A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot AA' = 2 \cdot 2 = 4$ .

**Câu 21:** Trong không gian  $Oxyz$ , nếu vecto  $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$  thì tọa độ điểm  $M$  là

A.  $(-2; 3; -1)$ .

B.  $(-3; 2; 1)$ .

C.  $(2; -3; 1)$ .

D.  $(2; 1; -3)$ .

Lời giải

**Chọn C**

Theo định nghĩa:  $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k} \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = (2; -3; 1) \Leftrightarrow M(2; -3; 1)$ .

**Câu 22:** Cho hình trụ có bán kính đáy  $r = 6$ , đường sinh  $l = 8$ . Diện tích toàn phần của hình trụ đã cho bằng

A.  $32\pi$ .

B.  $96\pi$ .

C.  $132\pi$ .

D.  $168\pi$ .

Lời giải

**Chọn D**

Ta có:  $S_{tp} = 2\pi rl + 2\pi r^2 = 2\pi \cdot 6 \cdot 8 + 2\pi \cdot 6^2 = 168\pi$ .

**Câu 23:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_3(x-1) < 2$  là

A.  $(-\infty; 10)$ .

B.  $(1; 10)$ .

C.  $(0; +\infty)$ .

D.  $[1; 10)$ .

Lời giải

**Chọn B**

Điều kiện:  $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$ .

Ta có:  $\log_3(x-1) < 2 \Rightarrow x-1 < 9 \Leftrightarrow x < 10$ . Kết hợp điều kiện  $1 < x < 10$ .

**Câu 24:** Cho mặt cầu có diện tích bằng  $24\pi$ . Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

- A.  $3\sqrt{2}$ .      B.  $\sqrt{6}$ .      C. 3.      D.  $\sqrt{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $S = 24\pi \Leftrightarrow 4\pi R^2 = 24\pi \Leftrightarrow R^2 = 6 \Rightarrow R = \sqrt{6}$ .

**Câu 25:** Có hàm số  $f(x) = \frac{x-m^2}{x+3}$ . Gọi  $m_0$  là giá trị lớn nhất của tham số  $m$  để hàm số đã cho có giá trị nhỏ nhất trên đoạn  $[0;5]$  bằng  $-3$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $m_0 \in (4;6)$ .      B.  $m_0 \in (6;8)$ .      C.  $m_0 \in (0;2)$ .      D.  $m_0 \in (2;4)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

TXĐ:  $D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$ .

Ta có:  $f'(x) = \frac{3+m^2}{(x+3)^2} > 0 \forall x \neq -3$ .

$\Rightarrow$  Hàm số đồng biến trên đoạn  $[0;5]$

$\Rightarrow \min_{[0;5]} f(x) = f(0) = -3 \Leftrightarrow \frac{-m^2}{3} = -3 \Leftrightarrow m^2 = 9 \Leftrightarrow m = \pm 3 \Rightarrow m_0 = 3 \in (2;4)$ .

**Câu 26:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Gọi  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn

$F(2) - F(0) = 5$ . Khi đó  $\int_0^2 3f(x)dx$  bằng

- A. 6.      B. 15.      C. 10.      D. 5.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $\int_0^2 3f(x)dx = 3 \int_0^2 f(x)dx = 3(F(2) - F(0)) = 3.5 = 15$ .

**Câu 27:** Cho khối nón có chiều cao  $h = 3$ , thể tích  $V = 9\pi$ . Bán kính đáy của khối nón đã cho bằng

- A.  $\sqrt{3}$ .      B.  $3\sqrt{3}$ .      C. 3.      D. 9.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h \Leftrightarrow r^2 = \frac{3V}{\pi h} = \frac{3.9\pi}{\pi.3} = 9 \Rightarrow r = 3$ .

**Câu 28:** Trong kho đèn trang trí có 8 bóng đèn loại I và 12 bóng đèn loại II, các bóng đèn trong kho khác nhau về màu sắc và hình dáng. Lấy ra 8 bóng đèn bất kì. Xác suất để 8 bóng đèn lấy ra có đủ hai loại và số bóng đèn loại I nhiều hơn số bóng đèn loại II bằng

- A.  $\frac{7132}{62985}$ .      B.  $\frac{7132}{62987}$ .      C.  $\frac{7084}{62985}$ .      D.  $\frac{7132}{62983}$ .

### Lời giải

#### Chọn A

Ta có:  $n(\Omega) = C_{20}^8$ .

TH1: 8 bóng đèn lấy ra có 7 bóng đèn loại I và 1 bóng đèn loại II.  $\Rightarrow$  Có  $C_8^7 \cdot C_{12}^1$  cách chọn.

TH2: 8 bóng đèn lấy ra có 6 bóng đèn loại I và 2 bóng đèn loại II  $\Rightarrow$  Có  $C_8^6 \cdot C_{12}^2$  cách chọn.

TH3: 8 bóng đèn lấy ra có 5 bóng đèn loại I và 3 bóng đèn loại II  $\Rightarrow$  Có  $C_8^5 \cdot C_{12}^3$  cách chọn.

Gọi  $A$  là biến cố “8 bóng đèn lấy ra có đủ hai loại và số bóng đèn loại I nhiều hơn số bóng đèn loại II”.

Xác suất của biến cố  $A$  là:  $P(A) = \frac{C_8^7 \cdot C_{12}^1 + C_8^6 \cdot C_{12}^2 + C_8^5 \cdot C_{12}^3}{C_{20}^8} = \frac{7132}{62985}$ .

**Câu 29:** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = x^3 - 2x^2 - 7x + 1$  trên đoạn  $[-2;1]$  bằng

**A.** 3.

**B.** 5.

**C.** 6.

**D.** 4.

### Lời giải

#### Chọn B

Ta có  $y' = 3x^2 - 4x - 7$ .

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \in (-2;1) \\ x = \frac{7}{3} \notin (-2;1) \end{cases}.$$

$y(-2) = -1$ ;  $y(-1) = 5$ ;  $y(1) = -7$ . Suy ra giá trị lớn nhất của hàm số trên  $[-2;1]$  là 5.

**Câu 30:** Cho bất phương trình  $\left(\frac{1}{7}\right)^{\frac{2}{x}} - 5\left(\frac{1}{7}\right)^{\frac{1}{x}} > 14$  có tập nghiệm  $S = (a; b)$ . Giá trị của biểu thức  $3a + 4b$  bằng

**A.** -3..

**B.** -2.

**C.** -5.

**D.** 0.

### Lời giải

#### Chọn A

$$\text{Ta có } \left(\frac{1}{7}\right)^{\frac{2}{x}} - 5\left(\frac{1}{7}\right)^{\frac{1}{x}} > 14 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{7}\right)^{\frac{2}{x}} - 5\left(\frac{1}{7}\right)^{\frac{1}{x}} - 14 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{1}{7}\right)^{\frac{1}{x}} > 7 \\ \left(\frac{1}{7}\right)^{\frac{1}{x}} < -2(vn) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x} < -1 \Leftrightarrow \frac{x+1}{x} < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 0.$$

Suy ra bất phương trình có tập nghiệm  $S = (-1; 0)$ , do đó  $3a + 4b = -3$ .

**Câu 31:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $M(2;-1;1)$  và nhận  $\vec{n} = (1;3;-2)$  làm

vectơ pháp tuyến có phương trình là

**A.**  $x+3y-2z+3=0$ .    **B.**  $x+3y-2z-3=0$ .    **C.**  $2x-y+z+3=0$     **D.**  $2x-y+z-3=0$ .

### Lời giải

#### Chọn A

Ta có  $(P)$  có phương trình  $1(x-2)+3(y+1)-2(z-1)=0 \Leftrightarrow x+3y-2z+3=0$

**Câu 32:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 2 = 0$ . Tâm của  $(S)$  có toạ độ là

- A.  $(2; -4; 6)$ .      B.  $(-1; 2; -3)$ .      C.  $(1; -2; 3)$ .      D.  $(-2; 4; -6)$ .

### Lời giải

#### Chọn C

Ta có mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; -2; 3)$ .

**Câu 33:** Cho hàm số  $y = f(x)$  thoả mãn  $f(0) = -\frac{4}{3}$  và  $f'(x) = x^3 f^2(x)$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Giá trị của  $f(3)$  bằng

- A.  $-1$ .      B.  $-\frac{4}{19}$ .      C.  $-\frac{3}{4}$ .      D.  $-\frac{1}{21}$ .

### Lời giải

#### Chọn D

Ta có:  $f'(x) = x^3 f^2(x) \Rightarrow \frac{f'(x)}{f^2(x)} = x^3$

Suy ra  $\left[ -\frac{1}{f(x)} \right]' = x^3$ . Do đó,  $-\frac{1}{f(x)} = \int x^3 dx = \frac{1}{4}x^4 + C$

Do  $f(0) = -\frac{4}{3}$  nên ta có  $C = \frac{3}{4}$ .

Suy ra  $-\frac{1}{f(x)} = \frac{1}{4}x^4 + \frac{3}{4}$ . Do đó,  $f(x) = \frac{-4}{x^4 + 3}$ .

Khi đó,  $f(3) = \frac{-4}{3^4 + 3} = -\frac{1}{21}$ .

**Câu 34:** Số nghiệm nguyên của bất phương trình  $\log_{2023}(x\sqrt{x^2+5} - x^2) \leq \sqrt{x^2+5} - 4x$  là:

- A. 0.      B. 1.      C. 2.      D. 3.

### Lời giải

#### Chọn A

(ĐK:  $x\sqrt{x^2+5} - x^2 > 0 \Leftrightarrow x(\sqrt{x^2+5} - x) > 0 \Leftrightarrow x > 0$  (do  $\sqrt{x^2+5} > |x| \geq x, \forall x \in \mathbb{R}$ ))

Ta có:

$$\log_{2023}(x\sqrt{x^2+5} - x^2) \leq \sqrt{x^2+5} - 4x \Leftrightarrow \log_{2023}(x\sqrt{x^2+5} - x^2) - \sqrt{x^2+5} + 4x \leq 0$$

Đặt  $f(x) = \log_{2023}(x\sqrt{x^2+5} - x^2) - \sqrt{x^2+5} + 4x$ . Khi đó,

$$\begin{aligned}
f'(x) &= \frac{\sqrt{x^2+5} + x \cdot \frac{2x}{2\sqrt{x^2+5}} - 2x}{\ln 2023 \cdot (x\sqrt{x^2+5} - x^2)} - \frac{x}{\sqrt{x^2+5}} + 4 \\
&= \frac{2x^2 - 2x\sqrt{x^2+5} + 5}{\ln 2023 \cdot (x\sqrt{x^2+5} - x^2)\sqrt{x^2+5}} - \frac{x}{\sqrt{x^2+5}} + 4 \\
&= \frac{(\sqrt{x^2+5} - x)^2}{\ln 2023 \cdot (x\sqrt{x^2+5} - x^2)\sqrt{x^2+5}} - \frac{x}{\sqrt{x^2+5}} + 4
\end{aligned}$$

Suy ra  $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$  (do  $\sqrt{x^2+5} > |x| \geq x, \forall x \in \mathbb{R}$ ).

Do đó,  $f$  đồng biến trên  $(0; +\infty)$ .

Do  $x > 0, x \in \mathbb{Z}$  nên  $x \geq 1$  suy ra  $f(x) \geq f(1) \approx 1,6 > 0$ .

Vậy bất phương trình  $f(x) \leq 0$  vô nghiệm.

**Câu 35:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Biết  $f(x) > -1, \forall x \in \mathbb{R}, f(0) = 0$  và thoả mãn  $f'(x)\sqrt{x^2+1} = 2x\sqrt{f(x)+1}$ . Khi đó,  $\int_0^{\sqrt{3}} f'(x) dx$  bằng

A. 0.

B. 3.

C. 9.

D. 5.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $f'(x)\sqrt{x^2+1} = 2x\sqrt{f(x)+1}$

$$\Leftrightarrow \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)+1}} = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} \Leftrightarrow \left[ \sqrt{f(x)+1} \right]' = \left( \sqrt{x^2+1} \right)'$$

Suy ra  $\sqrt{f(x)+1} = \sqrt{x^2+1} + C$ . Do  $f(0) = 0$  nên  $C = 0$ .

$$\text{Do đó, } f(x) = x^2. \text{ Khi đó, } \int_0^{\sqrt{3}} f'(x) dx = \int_0^{\sqrt{3}} 2x dx = 3.$$

**Câu 36:** Trong mặt phẳng  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S)$  có tâm thuộc trực  $Ox$  và đi qua hai điểm  $A(1; 2; 1), B(-1; 0; 3)$  có bán kính bằng

A. 3.

B.  $2\sqrt{3}$ .

C.  $\sqrt{3}$ .

D. 9.

**Lời giải**

**Chọn A**

Giả sử tâm  $I(a; 0; 0) \in Ox$ .

$$\text{Ta có } |\overrightarrow{AI}|^2 = |\overrightarrow{BI}|^2 \Leftrightarrow (a-1)^2 + 4 + 1 = (a+1)^2 + 0 + 9$$

$$\Leftrightarrow a = -1 \Rightarrow I(-1; 0; 0) \Rightarrow R = |\overrightarrow{AI}| = \sqrt{(-1-1)^2 + (0-2)^2 + (0-1)^2} = 3$$

**Câu 37:** Hàm số  $y = \ln(x^4 - 8x^2 + 3)$  có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0 .

B. 2 .

C. 3 .

D. 1.

Lời giải

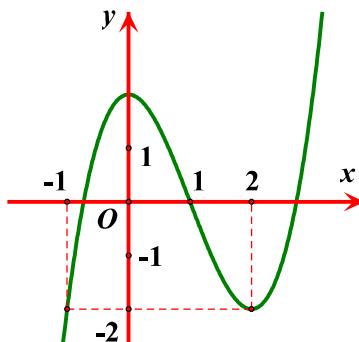
**Chọn D**

Hàm số xác định  $\Leftrightarrow x^4 - 8x^2 + 3 > 0 (*)$

$$\text{Ta có } y' = \frac{4x^3 - 16x}{x^4 - 8x^2 + 3} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 & TM (*) \\ x = 2 & KTM (*) \\ x = -2 & KTM (*) \end{cases}$$

$y' = 0$  có một nghiệm bội lẻ  $x = 0$  nên hàm số có đúng 1 điểm cực trị.

**Câu 38:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình dưới đây



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $f(\sqrt{x+2} + \sqrt{2-x} - m) + 2 = 0$  có nghiệm trong khoảng  $(-2; 2)$  ?

A. 1.

B. 3 .

C. 2 .

D. 0 .

Lời giải

**Chọn D**

$$PT \Leftrightarrow f(\sqrt{x+2} + \sqrt{2-x} - m) = -2 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+2} + \sqrt{2-x} - m = -1 \\ \sqrt{x+2} + \sqrt{2-x} - m = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+2} + \sqrt{2-x} + 1 = m \\ \sqrt{x+2} + \sqrt{2-x} - 2 = m \end{cases}$$

Xét

$$+ f(x) = \sqrt{x+2} + \sqrt{2-x} + 1 \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+2}} - \frac{1}{2\sqrt{2-x}}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 .$$

Ta có BBT sau

$x$	-2	0	2
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	3	$1+2\sqrt{2}$	3

Từ BBT trên phương trình  $\sqrt{x+2} + \sqrt{2-x} + 1 = m$  có nghiệm

$$+ g(x) = \sqrt{x+2} + \sqrt{2-x} - 2 \Rightarrow g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+2}} - \frac{1}{2\sqrt{2-x}}$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Ta có BBT sau

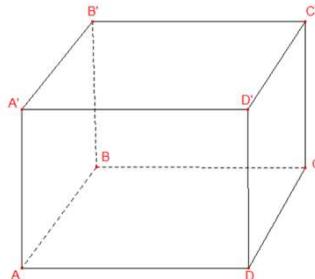
$x$	-2	0	2
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	0	$2\sqrt{2}-2$	0

Từ BBT trên phương trình  $\sqrt{x+2} + \sqrt{2-x} - 2 = m$  có nghiệm  $\Leftrightarrow 0 < m \leq 2\sqrt{2} - 2$

Vậy PT  $f(\sqrt{x+2} + \sqrt{2-x} - m) + 2 = 0$  có nghiệm trong khoảng  $(-2; 2)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 < m \leq 2\sqrt{2} - 2 \\ 3 < m \leq 1 + 2\sqrt{2} \end{cases}, m \in \mathbb{Z} \Rightarrow \text{có 1 giá trị nguyên } m = 3 \text{ thỏa mãn.}$$

**Câu 39:** Cho khối hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = a, AD = 2a$ , diện tích tam giác  $C'BD$  bằng  $\frac{\sqrt{14}}{2}a^2$  (tham khảo hình vẽ).

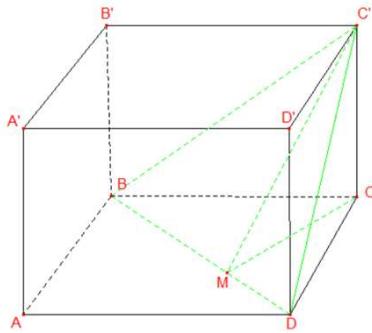


Thể tích của khối hộp đã cho bằng

- A.  $\sqrt{14}a^3$ .      B.  $\frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$ .      C.  $\frac{4}{3}a^3$ .      D.  $2\sqrt{2}a^3$ .

Lời giải

**Chọn D**



Ta có  $BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{a^2 + 4a^2} = a\sqrt{5}$

Kẻ  $CM \perp BD$  tại  $M$  thì  $\widehat{C'MC} = \varphi$  là góc giữa hai mặt phẳng  $(BCD)$  và  $(BC'D)$

Ta có  $S_{\Delta BCD} = a^2$ ;  $S_{\Delta BC'D} = \frac{\sqrt{14}}{2}a^2$

Mà  $S_{\Delta BCD} = S_{\Delta BC'D} \cos \varphi \Rightarrow \cos \varphi = \frac{S_{\Delta BCD}}{S_{\Delta BC'D}} = \frac{2}{\sqrt{14}}$  và  $\sin \varphi = \sqrt{\frac{10}{14}}$

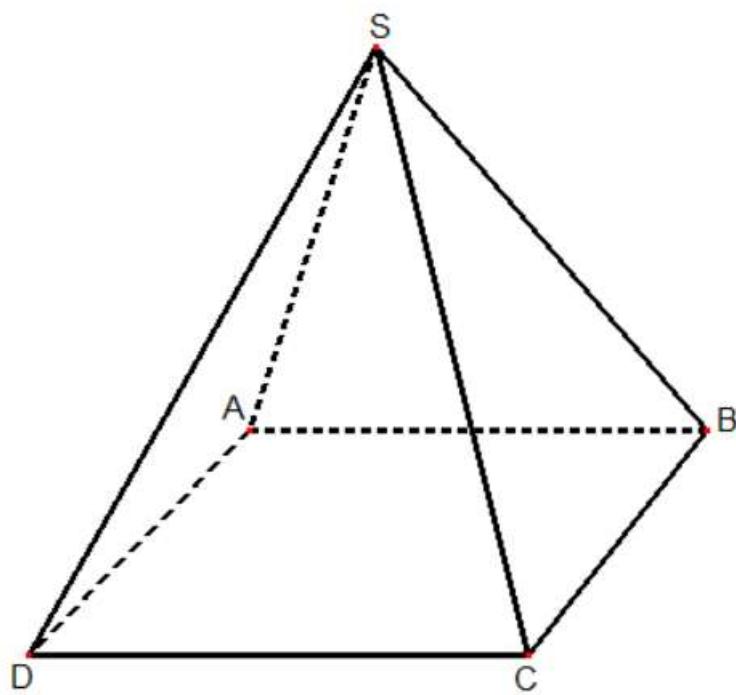
Mặt khác:  $CM \cdot BD = CD \cdot CB \Rightarrow CM = \frac{CD \cdot CB}{BD} = \frac{2a}{\sqrt{5}}$

$CC' = CM \cdot \tan \varphi = a\sqrt{2}$

Vậy Thể tích khối hộp chữ nhật là

$$V = B.h = AB \cdot AD \cdot CC' = a \cdot 2a \cdot a\sqrt{2} = 2a^3\sqrt{2}$$

**Câu 40:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$  và cạnh bên bằng  $\sqrt{2}a$  (tham khảo hình vẽ).



Góc giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(SAC)$  bằng

A.  $45^\circ$ .

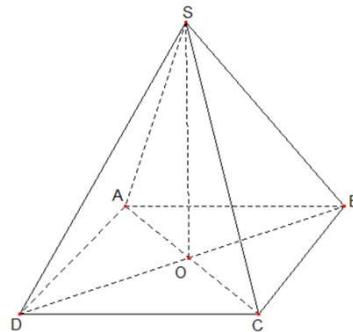
B.  $90^\circ$ .

C.  $30^\circ$ .

D.  $60^\circ$ .

### Lời giải

**Chọn C**



Hình chóp tú giác đều  $S.ABCD$  nên đáy  $ABCD$  là hình vuông

Gọi  $O$  là tâm của đáy  $\Rightarrow SO \perp (ABCD)$

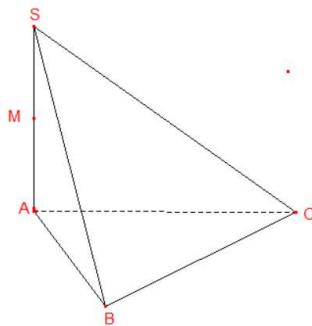
$$\text{Ta có } SA = a\sqrt{2}, AB = a, BD = a\sqrt{2} \Rightarrow BO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} BO \perp AC \\ BO \perp SO \end{cases} \Rightarrow BO \perp (SAC)$$

$O$  là hình chiếu của  $B$  lên  $(SAC) \Rightarrow (SB, (SAC)) = \widehat{BSO}$

$$\text{Xét } \Delta SBO \text{ vuông tại } O, \text{ có: } \sin \widehat{BSO} = \frac{OB}{SB} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{BSO} = 30^\circ$$

**Câu 41:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ ,  $SA$  vuông góc mặt phẳng đáy,  $SB = \sqrt{3}a$  (tham khảo hình vẽ)

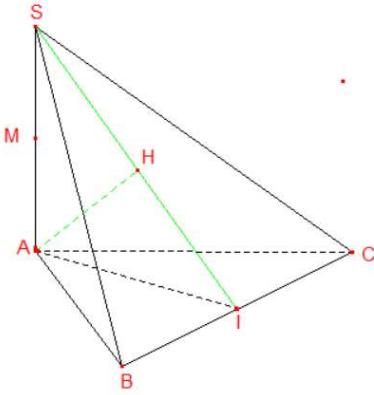


Khoảng cách từ trung điểm  $M$  của  $SA$  đến mặt phẳng  $(SBC)$  bằng

- A.  $\frac{\sqrt{66}}{33}a$ .      B.  $\frac{\sqrt{66}}{11}a$ .      C.  $\frac{\sqrt{66}}{22}a$ .      D.  $\frac{\sqrt{66}}{44}a$ .

### Lời giải

**Chọn C**



Ta có:  $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}$ ;  $AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Gọi  $I$  là trung điểm của  $BC$  và  $H$  là hình chiếu của  $A$  lên  $SI$

$$\begin{cases} BC \perp AI \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAI) \Rightarrow BC \perp AH$$

$$\begin{cases} AH \perp SI \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC)$$

Khoảng cách từ trung điểm  $M$  của  $SA$  đến mặt phẳng  $(SBC)$  là:

$$d(M, (SBC)) = \frac{1}{2} d(A, (SBC))$$

Ta có  $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AI^2} + \frac{1}{SA^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} + \frac{1}{(a\sqrt{2})^2} = \frac{11}{6a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{66}}{11}$

$$d(M, (SBC)) = \frac{1}{2} d(A, (SBC)) = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{66}}{11} = \frac{a\sqrt{66}}{22}.$$

**Câu 42:** Cho hàm số  $f(x) = -x^4 - (5 - m^2)x + 2023$  và  $g(x) = -x^3 + 5x^2 - 2022x + 2023$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $h(x) = g[f(x)]$  đồng biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ ?

**A.** 7.

**B.** 5.

**C.** 6.

**D.** 8.

**Lời giải**

**Chọn A**

$$f'(x) = -4x^3 - (5 - m^2)$$

$$g'(x) = -3x^2 + 10x - 2022 < 0 \quad \forall x \in (1; +\infty)$$

$$h'(x) = (g[f(x)])' = f'(x) \cdot g'[f(x)]$$

Để hàm số đồng biến trên khoảng  $(1; +\infty)$  thì  $h'(x) > 0; \forall x \in (1; +\infty)$

$$\Rightarrow f'(x) \cdot g'[f(x)] > 0; \forall x \in (1; +\infty)$$

$$\Rightarrow f'(x) < 0; \forall x \in (1; +\infty)$$

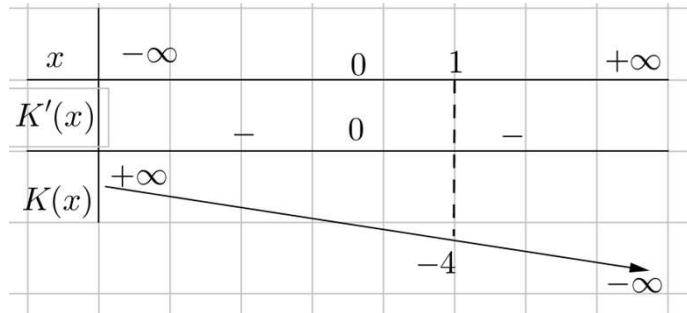
$$\Rightarrow -4x^3 - (5 - m^2) < 0; \forall x \in (1; +\infty)$$

$$\Rightarrow -4x^3 < (5 - m^2); \forall x \in (1; +\infty)$$

Xét hàm:  $K(x) = -4x^3 \Rightarrow K'(x) = -12x^2$

$$K'(x) = 0 \Leftrightarrow -12x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

Bảng xét dấu



Dựa vào bảng biến thiên

$$-4x^3 < (5 - m^2); \forall x \in (1; +\infty) \Leftrightarrow 5 - m^2 \geq -4 \Leftrightarrow m^2 \leq 9 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 3.$$

Vậy có 7 giá trị nguyên của  $m$  thỏa mãn bài toán.

**Câu 43:** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $2a$ , tam giác  $\Delta SAB$  vuông cân tại  $S$ , tam giác  $\Delta SCD$  có  $SC = SD = \frac{\sqrt{10}}{2}a$ . Thể tích khối chóp đã cho bằng

A.  $\frac{\sqrt{15}}{18}a^3$ .

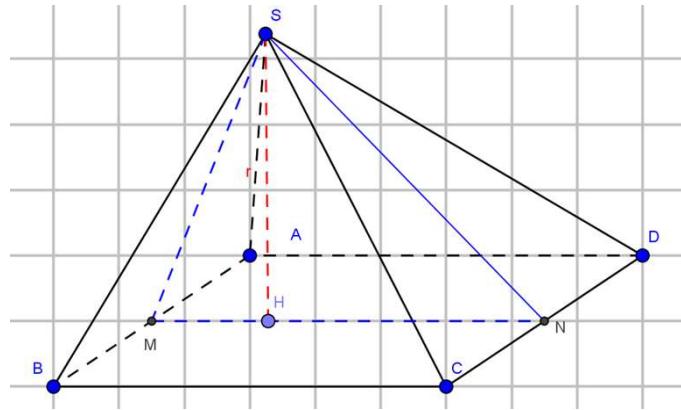
B.  $\frac{\sqrt{15}}{12}a^3$ .

C.  $\frac{\sqrt{21}}{24}a^3$ .

D.  $\frac{\sqrt{15}}{6}a^3$ .

Lời giải

**Chọn D**



Gọi  $M, N$  là trung điểm của  $AB, CD$ .

Gọi  $H$  là chân đường cao của tam giác  $\Delta SMN$ .

Vì tam giác  $\Delta SCD$  cân tại  $S$  nên  $SN \perp CD$ .

Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} CD \perp SN \\ CD \perp MN \\ SN, MN \subset (SMN) \\ SN \cap MN = N \end{array} \right\} \Rightarrow CD \perp (SMN) \Rightarrow CD \perp SH$$

Mặt khác

$$\left. \begin{array}{l} SH \perp CD \\ SH \perp MN \\ CD, MN \subset (ABCD) \\ CD \cap MN = N \end{array} \right\} \Rightarrow SH \perp (ABCD)$$

Vì tam giác  $\Delta SAB$  vuông cân tại  $S$  và  $AB = 2a$  nên  $SM = \frac{AB}{2} = a$ .

Xét tam giác  $\Delta SNC$  vuông tại  $N$ .

$$SN = \sqrt{SC^2 - CN^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{10}}{2}a\right)^2 - a^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$MN = AB = 2a$$

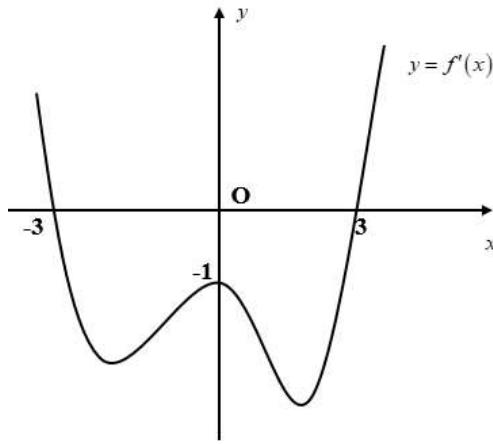
Nửa chu vi của tam giác  $\Delta SMN$  là:  $p = \frac{SM + MN + SN}{2} = \frac{(6 + \sqrt{6})a}{4}$

$$\Rightarrow S_{\Delta SMN} = \sqrt{p(p - SM)(p - MN)(p - SN)} = \frac{\sqrt{15}}{8}a^2$$

$$\text{Mặt khác: } S_{\Delta SMN} = \frac{1}{2}SH \cdot MN \Rightarrow \frac{\sqrt{15}}{8}a^2 = \frac{1}{2}SH \cdot 2a \Rightarrow SH = \frac{\sqrt{15}}{8}a$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot (2a)^2 \cdot \frac{\sqrt{15}}{8}a = \frac{\sqrt{15}a^3}{6}.$$

**Câu 44:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Biết  $f(-5) < 0$  và đồ thị  $f'(x)$  như hình vẽ



Hàm số  $g(x) = |3f(-x^4 + 2x^2 - 5) - 2x^6 + 6x^2|$  có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?

**A. 9.**

**B. 3.**

**C. 5.**

**D. 7.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét hàm số  $h(x) = 3f(-x^4 + 2x^2 - 5) - 2x^6 + 6x^2$

$$\begin{aligned} \Rightarrow h'(x) &= 3(-4x^3 + 4x)f'(-x^4 + 2x^2 - 5) - 12x^5 + 12x \\ &= -12x(x-1)(x+1)f'(-x^4 + 2x^2 - 5) - 12x(x^2+1)(x-1)(x+1) \\ &= -12x(x-1)(x+1)\left(f'(-x^4 + 2x^2 - 5) + (x^2+1)\right) \end{aligned}$$

Dựa vào đồ thị  $f'(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -3)$

$$\begin{aligned} -x^4 + 2x^2 - 5 &= -(x^2 - 1)^2 - 4 \leq -4 \Rightarrow f'(-x^4 + 2x^2 - 5) \geq f'(-4) > 0 \\ \Rightarrow f'(-x^4 + 2x^2 - 5) + x^2 + 1 &> 0 \end{aligned}$$

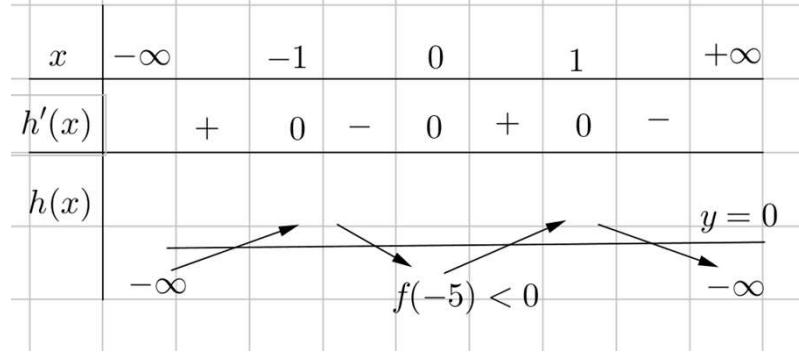
$$h'(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow -12x(x-1)(x+1)\left(f'(-x^4 + 2x^2 - 5) + (x^2+1)\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -12x(x-1)(x+1) = 0 \\ f'(-x^4 + 2x^2 - 5) + x^2 + 1 = 0 \text{ (ptvn)} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên



Dựa vào bảng biến thiên:

+  $h(x)$  có ba cực trị.

+ Đồ thị hàm số  $h(x)$  cắt trục hoành tối đa 4 điểm.

Vậy hàm số  $g(x)$  có tối đa 7 cực trị.

**Câu 45:** Cho hình nón có thiết diện đi qua đỉnh là tam giác  $SAB$  vuông tại  $S$ , ( $A, B$  thuộc đường tròn đáy). Biết tam giác  $SAB$  có bán kính đường tròn nội tiếp bằng  $2(\sqrt{2}-1)$  đường cao  $SO$  tạo với mặt phẳng  $SAB$  một góc  $30^\circ$ . Diện tích xung quanh của hình nón bằng:

**A.**  $2\sqrt{10}\pi$

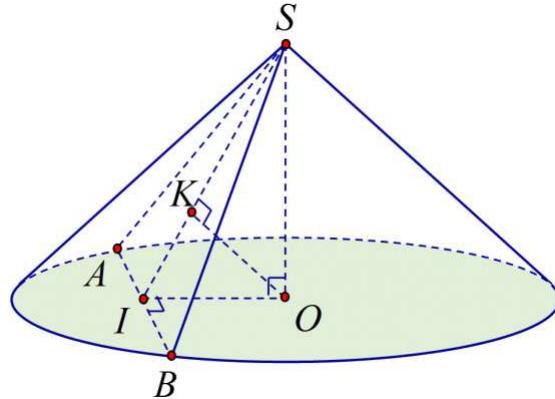
**B.**  $2\sqrt{5}\pi$

**C.**  $4\sqrt{10}\pi$

**D.**  $\sqrt{15}\pi$

**Lời giải**

**Chọn C**



$$\text{Ta có } S_{\Delta SAB} = p \cdot 2(\sqrt{2}-1) \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot SA \cdot SB = \frac{SA + SB + \sqrt{2} \cdot SA}{2} \cdot 2(\sqrt{2}-1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} l^2 = l\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1) \Leftrightarrow l = 2\sqrt{2} \Rightarrow AB = l\sqrt{2} = 4.$$

Mặt khác gọi  $I$  là trung điểm của  $AB$  ta có  $\widehat{OSI} = 30^\circ$

$$\sin 30^\circ = \frac{OI}{SI} = \frac{\sqrt{R^2 - \frac{AB^2}{4}}}{\sqrt{l^2 - \frac{AB^2}{4}}} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{R^2 - 4}}{\sqrt{8-4}} \Leftrightarrow \sqrt{R^2 - 4} = 1 \Leftrightarrow R^2 = 5 \Leftrightarrow R = \sqrt{5}$$

$$\text{vậy } S_{xq} = \pi Rl = 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{5}\pi = 2\sqrt{10}\pi.$$

**Câu 46:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn

$f(1)=1; f(3x)-x^2f(x^3)=4x^3+2x+1, (\forall x \in \mathbb{R})$ . Khi đó  $\int_1^3 xf'(x)dx$  bằng:

A. 14

B. -1

C. 5

D. 6

Lời giải

**Chọn A**

Ta có  $f(1)=1; f(3)=8$ .

Lấy tích phân hai về trên đoạn  $[0;1]$  ta được

$$\begin{aligned} \int_0^1 (f(3x) - x^2 f(x^3)) dx &= \int_0^1 (4x^3 + 2x + 1) dx \Leftrightarrow \int_0^1 f(3x) dx - \int_0^1 x^2 f(x^3) dx = 3 \\ \Leftrightarrow \frac{1}{3} \int_0^1 f(3x) d(3x) - \frac{1}{3} \int_0^1 f(x^3) d(x^3) &= 3 \\ \Leftrightarrow \int_0^3 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx &= 9 \\ \Leftrightarrow \int_1^3 f(x) dx &= 9 \end{aligned}$$

Do đó  $\int_1^3 xf'(x) dx = \int_1^3 x d(f(x)) = (xf(x))|_1^3 - \int_1^3 f(x) dx = 3f(3) - 1f(1) - 9 = 3.8 - 1 - 9 = 14$ .

**Câu 47:** Cho khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ ,  $AB = a$ ,  $\widehat{ACB} = 30^\circ$ ,  $BC' = a\sqrt{7}$ . Lấy hai điểm  $M, N$  lần lượt trên hai cạnh  $AB'$  và  $AC'$  sao cho  $\overline{AB'} = 3\overline{AM}, \overline{NC} = 2\overline{A'N}$ . Thể tích khối đa diện  $BMNC'C$  bằng

A.  $\frac{8}{9}a^3$ .

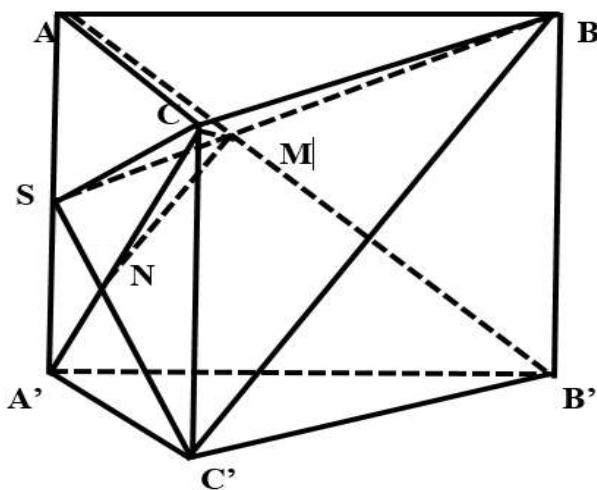
B.  $\frac{4}{9}a^3$ .

C.  $\frac{1}{2}a^3$ .

D.  $\frac{3}{2}a^3$ .

Lời giải

**Chọn A**



$$+ \text{Ta có } BC = 2a \Rightarrow \begin{cases} CC' = \sqrt{BC'^2 - BC^2} = \sqrt{7a^2 - 4a^2} = a\sqrt{3} \\ AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3} \end{cases}.$$

$$+) S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} a \cdot a\sqrt{3} = a^2\sqrt{3} \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = CC' \cdot S_{\Delta ABC} = a\sqrt{3} \cdot a^2\sqrt{3} = 3a^3.$$

$$+) \frac{V_{B,ACC'A'}}{V_{ABC,A'B'C'}} = \frac{2}{3} \Rightarrow V_{B,ACC'A'} = 2a^3.$$

$$+) \frac{V_{B,SCC'}}{V_{B,ACC'A'}} = \frac{S_{\Delta SCC'}}{S_{ACC'A'}} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{B,SCC'} = a^3.$$

$$+) \frac{V_{S,MNC}}{V_{B,SCC'}} = \frac{SN}{SC'} \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SC}{SC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1} = \frac{1}{9} \Rightarrow V_{B,MNCC'} = \frac{8}{9}a^3.$$

**Câu 48:** Có bao nhiêu số nguyên  $a \in (-2023; 2023)$  để phương trình  $\frac{1}{\log_2(x+7)} + \frac{1}{5^x - 1} = x + a$  có 3 nghiệm phân biệt

A. 2028.

B. 2027.

C. 2017.

D. 2016.

### Lời giải

#### Chọn A

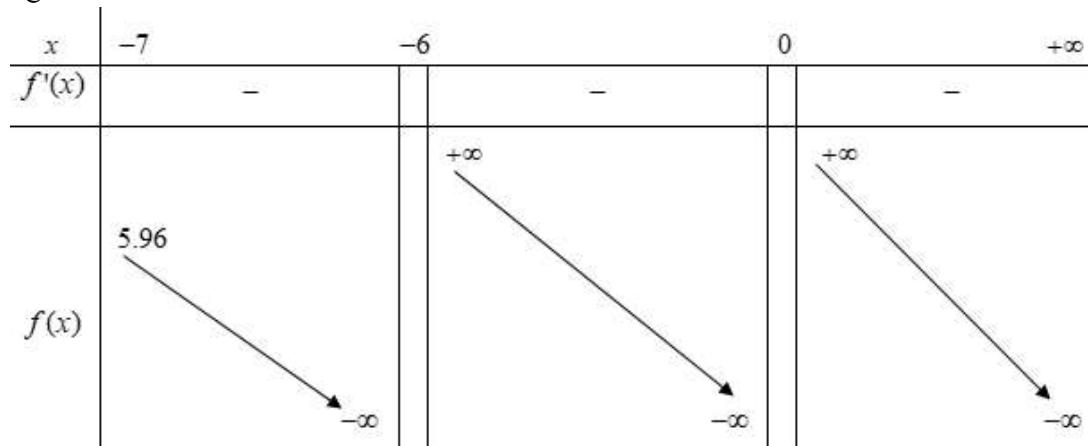
$$+) \text{ĐK: } \begin{cases} x+7 > 0 \\ \log_2(x+7) \neq 0 \\ 5^x - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -7 \\ x \neq -6 \Leftrightarrow x \in D = (-7; +\infty) \setminus \{-6, 0\} \\ x \neq 0 \end{cases}$$

$$+) \frac{1}{\log_2(x+7)} + \frac{1}{5^x - 1} = x + a \Leftrightarrow \frac{1}{\log_2(x+7)} + \frac{1}{5^x - 1} - x = a.$$

$$+) \text{Xét } f(x) = \frac{1}{\log_2(x+7)} + \frac{1}{5^x - 1} - x$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{-(\log_2(x+7))'}{\log_2^2(x+7)} - \frac{(5^x - 1)'}{(5^x - 1)^2} = \frac{-1}{(x+7)\ln 2 \cdot \log_2^2(x+7)} - \frac{5^x \ln 5}{(5^x - 1)^2} - 1 < 0 \forall x \in D.$$

+) Bảng biến thiên:



+) Từ bảng biến thiên suy ra để phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt thì  $a < 5.96$   
 $\Rightarrow a \in \{-2022, -2021, \dots, 5\}$ . Suy ra có 2028 giá trị.

**Câu 49:** Cho hình trụ có bán kính đáy bằng  $\sqrt{3}a$ . Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng song song với trục, cách trục một khoảng bằng  $\sqrt{2}a$  ta được thiết diện là một hình chữ nhật có chu vi bằng  $10a$ . Thể tích khối trụ đã cho bằng

A.  $27\pi a^3$ .

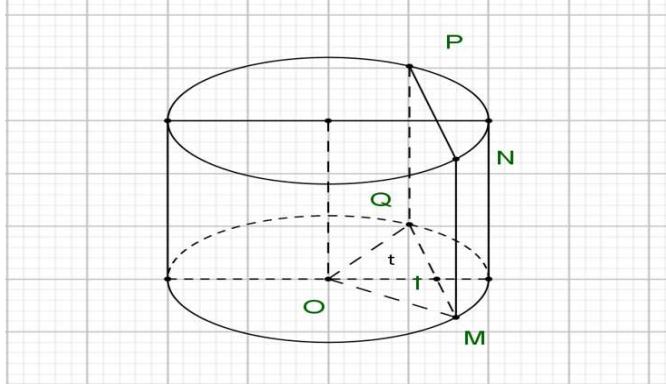
B.  $3\pi a^3$ .

C.  $9\pi a^3$ .

D.  $12\pi a^3$ .

### Lời giải

#### Chọn C



Gọi thiết diện là  $MNPQ$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $MQ$ . Ta có  $MNPQ$  là hình chữ nhật.

Ta có  $d(O, (MNPQ)) = OI = a\sqrt{2}$ .

Tam giác  $MIO$  vuông tại  $O \Rightarrow MI = \sqrt{OM^2 - OI^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 - (a\sqrt{2})^2} = a \Rightarrow MQ = 2a$ .

Do  $MNPQ$  là hình chữ nhật nên  $2(MN + MQ) = 10a \Rightarrow MN = 3a$ .

Gọi  $V$  là thể tích khối trụ, ta có  $V = \pi r^2 MN = \pi \cdot 3a^2 \cdot 3a = 9\pi a^3$ .

- Câu 50:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2; -1; 2), B(6; 3; 2)$ . Xét hai điểm  $M, N$  thay đổi thuộc mặt phẳng  $(Oyz)$  sao cho  $MN = 16$ . Giá trị nhỏ nhất của  $AM + BN$  bằng

A.  $4\sqrt{5}$ .

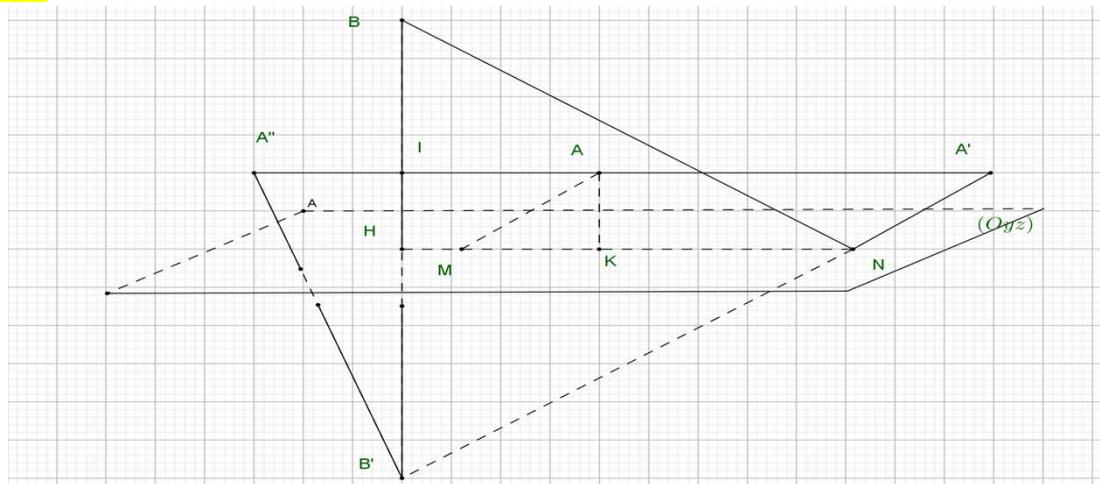
B.  $4\sqrt{13}$ .

C.  $2\sqrt{15}$ .

D.  $5\sqrt{3}$ .

### Lời giải

**Chọn B**



Ta có phương trình mặt phẳng  $(Oyz) : x = 0$ .

Gọi  $B'$  là điểm đối xứng  $B$  qua  $(Oyz) : x = 0 \Rightarrow B'(-6, 3, 2)$

Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của điểm  $B$  xuống  $(Oyz) : x = 0 \Rightarrow H(0, 3, 2)$

Gọi  $K$  là hình chiếu vuông góc của điểm  $A$  xuống  $(Oyz) : x = 0 \Rightarrow K(0, -1, 2)$

Ta có  $HK = 4, d(A, (Oyz)) = AK = 2, d(B, (Oyz)) = BH = 6$ .

Gọi  $(\alpha) : x = 2$ . Trên  $(\alpha)$  lấy điểm  $A'$  sao cho  $\overline{AA'} = \overline{MN}$ .

Vì  $M, N$  thay đổi và  $MN = 16 \Rightarrow A'$  nằm trên đường tròn tâm  $A$ , bán kính  $R = 16$ .

$$AM + BN = A'N + BN = A'N + NB' \geq A'B' \geq B'A'' = \sqrt{B'I^2 + IA''^2} = \sqrt{8^2 + 12^2} = 4\sqrt{13}.$$