SỞ GD&ĐT TIỀN GIANG
TRƯỜNG THPT CHUYÊN

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2023
MÔN : TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	**2.C**	**3.A**	**4.C**	**5.A**	**6.A**	**7.C**	**8.D**	**9.A**	**10.A**
11.C	**12.B**	**13.C**	**14.B**	**15.C**	**16.C**	**17.A**	**18.D**	**19.D**	**20.B**
21.A	**22.D**	**23.A**	**24.C**	**25.B**	**26.B**	**27.B**	**28.A**	**29.B**	**30.A**
31.B	**32.A**	**33.D**	**34.A**	**35.B**	**36.A**	**37.A**	**38.B**	**39.D**	**40.D**
41.B	**42.B**	**43.A**	**44.B**	**45.A**	**46.B**	**47.B**	**48.B**	**49.D**	**50.B**

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 40: Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = mx^4 - (m-3)x^2 + m^2$ không có điểm cực đại là

A. 2. **B.** vô số. **C.** 0. **D.** 4.

Lời giải

TH 1: $m = 0$ thì $y = 3x^2$. Hàm số không có điểm cực đại. Vậy $m = 0$ (thỏa mãn).
TH 2: $m \neq 0$ Hàm số là hàm bậc bốn trùng phương
Ta có $y' = 4mx^3 - 2(m-3)x = 2x\left(2mx^2 - m + 3\right)$
Để hàm số không có điểm cực đại thì $m > 0$ và $y' = 0$ có một nghiệm.

$y' = 0$ có một nghiệm $\Leftrightarrow 2mx^2 - m + 3 = 0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép $x = 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{m-3}{2m} \leq 0 \Leftrightarrow 0 < m \leq 3$.

Vì m nguyên nên $m = \{1;2;3\}$. Vậy m có 4 giá trị nguyên.

Câu 41: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $\log_2\left(x^2+y^2+4\right) - \log_2(x+2y) \leq 1$ và $2x - y \geq 0$?

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Từ giả thiết ta có $\begin{cases} \log_2\left(x^2+y^2+4\right) - \log_2(x+2y) \leq 1 & (1) \\ x+2y > 0 & (2) \\ 2x - y \geq 0 & (3) \end{cases}$.

$\log_2\left(x^2+y^2+4\right) - \log_2(x+2y) \leq 1$

$\Leftrightarrow \log_2\left(x^2+y^2+4\right) \leq \log_2(2x+4y) \Leftrightarrow x^2+y^2+4 \leq 2x+4y \Leftrightarrow x - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 \leq 1 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 \leq$

Từ điều kiện trên suy ra cặp số nguyên $(x;y)$ chỉ có thể là tọa độ tâm hoặc những điểm có tọa độ nguyên nằm trên đường tròn tâm $I(1;2)$ bán kính 1. Do đó cặp số nguyên $(x;y)$ chỉ có thể là các cặp số sau $(1;2)$, $(1;3)$;$(1;1)$ $(0;2)$, $(2;2)$.

So điều kiện (2) và (3) ta nhận các cặp số $(1;2)$,$(1;1)$,$(2;2)$.

Câu 42: Cho hai số phức z_1, z_2 khác 0 thỏa mãn $\dfrac{z_1}{z_2}$ là số thuần ảo và $\left|z_1 - z_2\right| = 10$. Giá trị lớn nhất của $\left|z_1\right| + \left|z_2\right|$ bằng

A. 10. **B.** $10\sqrt{2}$. **C.** $10\sqrt{3}$. **D.** 20.

Lời giải

Vì $\frac{z_1}{z_2}$ là số thuần ảo nên $\frac{z_1}{z_2}=ai$ (với $a\in\mathbb{R}$) $\Leftrightarrow z_1=aiz_2$.

Ta có $|z_1-z_2|=10 \Leftrightarrow |aiz_2-z_2|=10 \Leftrightarrow |z_2||ai-1|=10 \Leftrightarrow |z_2|\sqrt{1+a^2}=10 \Leftrightarrow |z_2|=\frac{10}{\sqrt{1+a^2}}$.

Từ $z_1=aiz_2 \Rightarrow |z_1|=|aiz_2|=\frac{10|a|}{\sqrt{1+a^2}}$.

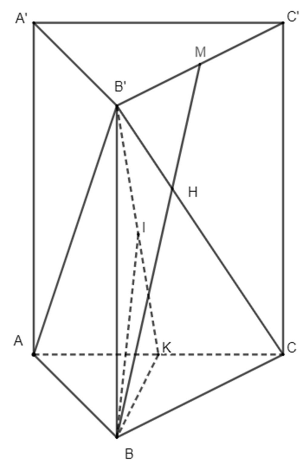
Do đó $|z_1|+|z_2|=\frac{10|a|}{\sqrt{1+a^2}}+\frac{10}{\sqrt{1+a^2}}=\frac{10(1+|a|)}{\sqrt{1+a^2}}\le\frac{10\sqrt{(1+1)(1+a^2)}}{\sqrt{1+a^2}}\le 10\sqrt{2}$.

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow a=\pm1 \Leftrightarrow z_1=\pm iz_2$. Vậy $max(|z_1|+|z_2|)=10\sqrt{2}$.

Câu 43: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $\widehat{BAC}=60^0$, $AB=3a$ và $AC=4a$. Gọi M là trung điểm của $B'C'$, biết khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(B'AC)$ bằng $\frac{3a\sqrt{15}}{10}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $27a^3$. **B.** $9a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** a^3.

Lời giải



Ta có $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB.AC.\sin\widehat{BAC}=\frac{1}{2}.3a.4a.\sin 60^0=3\sqrt{3}a^2$.

Gọi H là giao điểm của MB và $B'C$. Khi đó, theo định lý Ta-let ta có $\frac{HM}{HB}=\frac{MB'}{BC}=\frac{1}{2}$.

Ta có $\frac{d(M,(B'AC))}{d(B,(B'AC))}=\frac{HM}{HB}=\frac{1}{2}\Rightarrow d(B,(B'AC))=2d(M,(B'AC))=\frac{3a\sqrt{15}}{5}$.

Từ B kẻ BK vuông góc với AC với $K\in AC$. Kẻ BI vuông góc với $B'K$ với $I\in B'K$.

Ta có $\begin{cases} BI\perp B'K \\ BI\perp AC \end{cases}\Rightarrow BI\perp(B'AC)\Rightarrow BI=d(B,(B'AC))=\frac{3a\sqrt{15}}{5}$.

Lại có $BK=\frac{2S_{\Delta ABC}}{AC}=\frac{2.3\sqrt{3}a^2}{4a}=\frac{3\sqrt{3}a}{2}$ và $\frac{1}{BI^2}=\frac{1}{BK^2}+\frac{1}{BB'^2}\Rightarrow BB'=\sqrt{\frac{BI^2.BK^2}{BK^2-BI^2}}=3\sqrt{3}a$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=S_{\Delta ABC}.BB'=3\sqrt{3}a^2.3\sqrt{3}a=27a^3$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;2]$ và thỏa mãn $f(1)=-\dfrac{1}{2}$ và $f(x)+xf'(x)=\left(2x^3+x^2\right)f^2(x),\forall x\in[1;2]$. Giá trị của tích phân $\int_1^2 xf(x)dx$ bằng

A. $\ln\dfrac{4}{3}$. **B.** $\ln\dfrac{3}{4}$. **C.** $\ln 3$. **D.** 0.

Lời giải

- Từ giả thiết, ta có $f(x)+xf'(x)=\left(2x^3+x^2\right)f^2(x)\Rightarrow\dfrac{f(x)+xf'(x)}{[xf(x)]^2}=2x+1$

$$\Rightarrow\left[\dfrac{1}{xf(x)}\right]'=-2x-1\Rightarrow\dfrac{1}{xf(x)}=\int(-2x-1)dx\Rightarrow\dfrac{1}{xf(x)}=-x^2-x+C.$$

- $f(1)=-\dfrac{1}{2}\Rightarrow C=0\Rightarrow xf(x)=-\dfrac{1}{x(x+1)}$

$$\Rightarrow\int_1^2 xf(x)dx=\int_1^2\dfrac{-1}{x(x+1)}dx=\int_1^2\left(\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{1}{x}\right)dx=\ln\dfrac{x+1}{x}\Big|_1^2=\ln\dfrac{3}{4}.$$

Câu 45: Gọi S là tập hợp tất cả số thực m để phương trình $z^2-2z+1-m=0$ có nghiệm phức z thỏa mãn $|z|=2$. Tổng các phần tử của S bằng

A. 7. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Phương trình $z^2-2z+1-m=0$ có $\Delta'=m$

+ Trường hợp 1: $\Delta'=0$, tức $m=0$

Phương trình đã cho có nghiệm $z=1$ (Loại).

+ Trường hợp 2: $\Delta'>0$, tức $m>0$

Phương trình có hai nghiệm $z=1\pm\sqrt{m}$

Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}|1+\sqrt{m}|=2\\|1-\sqrt{m}|=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m=9\end{array}\right.$ (Nhận).

+ Trường hợp 3: $\Delta'<0$, tức $m<0$

Phương trình có hai nghiệm $z=1\pm i\sqrt{-m}$

Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow$ $|1+i\sqrt{-m}|=|1-i\sqrt{-m}|=2\Leftrightarrow\sqrt{1-m}=2\Leftrightarrow m=-3$ (Nhận).

$\Rightarrow S=\{-3;1;9\}$.

Vậy tổng các phần tử của S là 7.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)=337x^3+mx^2+nx+2023$ với m,n là các số thực. Biết rằng hàm số $g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)$ có hai giá trị cực trị là $e^{2023}-2022$ và $e-2022$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{f(x)}{g(x)+2022}$ và $y=1$ bằng

A. 2023. **B.** 2022. **C.** 2024. **D.** 2021.

Lời giải

Ta có $f'(x)=1011x^2+2mx+n$, $f''(x)=2022x+2m$, $f'''(x)=2022$. Suy ra,

$$g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)=337x^3+(m+1011)x^2+(n+2m+2022)x+n+2m+4045.$$

Ta có $g'(x)=f'(x)+f''(x)+f'''(x)=1011x^2+(2m+2022)x+n+2m+2022$.

Do $g(x)$ có hai điểm cực trị nên $g'(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt $a<b$. Suy ra

$$g(a)=e^{2023}-2022, g(b)=e-2022.$$

Xét phương trình

$$\frac{f(x)}{g(x)+2022}=1\Leftrightarrow f(x)=g(x)+2022\Leftrightarrow f(x)-g(x)-2022=0$$

$$\Leftrightarrow f'(x)+f''(x)+f'''(x)=0\Leftrightarrow g'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=a\\ x=b.\end{array}\right.$$

Diện tích hình phẳng cần tìm là

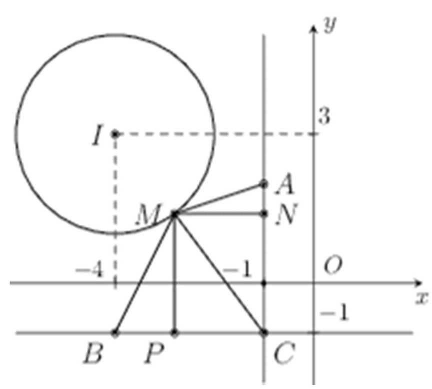
$$S=\int_a^b\left|\frac{f(x)}{g(x)+2022}-1\right|dx=\int_a^b\left|\frac{f(x)-g(x)-2022}{g(x)+2022}\right|dx=\left|\int_a^b\frac{-g'(x)}{g(x)+2022}dx\right|$$

$$=\left|\int_a^b\frac{dg(x)}{g(x)+2022}\right|=\left|\ln\left|g(x)+2022\right|\Big|_a^b\right|=\left|\ln\left(g(b)+2022\right)-\ln\left(g(a)+2022\right)\right|=\left|1-2023\right|=2022.$$

Câu 47. Cho các số phức z,v,w thay đổi thỏa mãn $\left|3-4i+\overline{z}\cdot i^{2023}\right|=2$, phần thực của v bằng phần ảo của w và bằng -1. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=|z-v|^2+|z-\mathrm{w}|^2$ bằng

A. 3. **B.** 9. **C** 4. **D.** 7.

Lời giải



Ta có

$$\left|3-4i+\overline{z}\cdot i^{2023}\right|=2\Leftrightarrow\left|3-4i-\overline{z}i\right|=2\Leftrightarrow\left|\overline{z}+4+3i\right|=2\Leftrightarrow|z+4-3i|=2.$$

Suy ra, tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(-4;3)$, bán kính $R=2$.

Theo đề bài, tập hợp các điểm A biểu diễn số phức v là đường thẳng $d_1: x=-1$, tập hợp các điểm B biểu diễn số phức w là đường thẳng $d_2: y=-1$. Gọi N,P lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm M lên d_1, d_2 và $C(-1;-1)$ là giao điểm của d_1,d_2. Khi đó,

$$T=MA^2+MB^2\geq MN^2+MP^2=MC^2.$$

Như vậy, T đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi MC đạt giá trị nhỏ nhất. Dựa vào hình vẽ ta có

$$\min T=\min MC^2=\left(IC-R\right)^2=9.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi I,M,C theo thứ tự thẳng hàng và $A\equiv N,B\equiv P$.

Khi đó, $\overrightarrow{IM}=\frac{2}{5}\overrightarrow{IC}\Leftrightarrow\begin{cases}x_M+4=\frac{6}{5}\\ y_M-3=\frac{-8}{5}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_M=-\frac{14}{5}\\ y_M=\frac{7}{5}\end{cases}\Rightarrow M\left(-\frac{14}{5};\frac{7}{5}\right),\ N\left(-1;\frac{7}{5}\right),P\left(-\frac{14}{5};-1\right)$

Vậy $\min T=9$ khi $z=-\frac{14}{5}+\frac{7}{5}i,v=-1+\frac{7}{5}i,\mathrm{w}=-\frac{14}{5}-i$.

Câu 48. Có bao nhiêu bộ $(x;y)$ với x,y là các số nguyên và $1\le x,y\le 2023$, đồng thời thỏa mãn điều kiện

$$\left(xy+2x+4y+8\right)\log_3\frac{2y}{y+2}\le\left(2x+3y-xy-6\right)\log_2\frac{2x+1}{x-3}?$$

A. 4046. **B.** 4040. **C.** 4036. **D.** 4030.

Lời giải

Điều kiện $\begin{cases}x,y\in\mathbb{Z}^+,x,y\le 2023\\ \frac{2x+1}{x-3}>0,\frac{2y}{y+2}>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x,y\in\mathbb{Z}^+,x,y\le 2023\\ x>3,y>0.\end{cases}$

Với điều kiện trên, bất phương trình đã cho tương đương với

$$\left(x+4\right)\left(y+2\right)\log_3\frac{2y}{y+2}\le\left(x-3\right)\left(2-y\right)\log_2\frac{2x+1}{x-3}\ (*)$$

- Với $y=1$ thì $VT_{(*)}<0<VP_{(*)}$ với mọi $x>3$ nên (*) luôn đúng, suy ra $x\in\left\{4;5;6;\ldots;2023\right\}$.
- Với $y=2$ thì $VT_{(*)}=VP_{(*)}=0$ nên (*) luôn đúng, suy ra $x\in\left\{4;5;6;\ldots;2023\right\}$.
- Với $y>2$ thì $VP_{(*)}<0<VT_{(*)}$ nên (*) vô nghiệm.

Vậy có 4040 bộ $(x;y)$ thỏa mãn.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;-5;2)$, $B(3;3;-2)$ và đường thẳng d có phương trình $\frac{x-3}{1}=\frac{y+3}{1}=\frac{z+4}{1}$; hai điểm C và D thay đổi trên d thỏa $CD=6\sqrt{3}$. Biết rằng khi $C(a;b;c)$ $(b<2)$ thì tổng diện tích tất cả các mặt của tứ diện $ABCD$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó, tổng $a+b+c$ bằng

A. 2. **B.** -1. **C.** -4. **D.** -7.

Lời giải

Gọi M,N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A,B xuống đường thẳng d. Do AM,BN,CD không đổi nên tổng diện tích toàn phần của tứ diện đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi tổng diện tích hai tam giác ABC và diện tích tam giác ABD nhỏ nhất.

Gọi $C(3+c;-3+c;-4+c)$ và $D(3+d;-3+d;-4+d)$. Do $CD=6\sqrt{3}$ nên

$$|c-d|=6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=d+6 \\ d=c+6. \end{array}\right.$$

- Với $d=c+6$ thì $D(c+9;c+3;c+2)$. Ta có $\overrightarrow{AB}=(4;8;-4)$, $\overrightarrow{AC}=(c+4;c+2;c-6)$, $\overrightarrow{AD}=(c+10;c+8;c)$. Khi đó,

$$\left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AB}\right]=(40-12c;8c-8;4c+24) \text{ và } \left[\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AB}\right]=(-12c-32;8c+40;4c+48).$$

  Suy ra $S_{ABC}=2\sqrt{14}\cdot\sqrt{(c-2)^2+6}$ và $S_{ABD}=2\sqrt{14}\cdot\sqrt{(c+4)^2+6}$.

  Khi đó, tổng diện tích của hai tam giác này là

$$S=2\sqrt{14}\cdot\left(\sqrt{(2-c)^2+6}+\sqrt{(c+4)^2+6}\right)\geq 2\sqrt{14}\cdot\sqrt{36+24}=4\sqrt{210}.$$

  Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $2-c=c+4 \Leftrightarrow c=-1$. Khi đó, $C(2;-4;-5), D(8;2;1)$ (thỏa mãn $b<2$).
- Với $c=d+6$ thì vai trò của C, D thay đổi cho nhau nên loại.

Câu 50. Cho hàm đa thức $f(x)$ có $f'(x)=(x+1)(x-2023)^{2022}(x-3)$. Hỏi có tất cả bao nhiêu cặp số nguyên không âm $(m;n)$ để hàm số $y=f\left((m^2+1)\cos 2x-n\right)$ đồng biến trên $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$?

A. 0. **<u>B.</u>** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $f'(x)\leq 0 \Leftrightarrow -1\leq x\leq 3 \vee x=2023$.

Hàm số $y=f\left((m^2+1)\cos 2x-n\right)$ đồng biến trên $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi

$$y'=-2\left(m^2+1\right)\sin 2x f'\left((m^2+1)\cos 2x-n\right)\geq 0, \forall x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow f'\left((m^2+1)\cos 2x-n\right)\leq 0, \forall x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)\Leftrightarrow -1\leq (m^2+1)\cos 2x-n\leq 3, \forall x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x\leq \dfrac{n+3}{m^2+1}, \forall x\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right) \\ \cos 2x\geq \dfrac{n-1}{m^2+1}, \forall x\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{n+3}{m^2+1}\geq 1 \\ \dfrac{n-1}{m^2+1}\leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2+1\leq n+3 \\ m^2+1\leq 1-n \end{cases}$$

Suy ra $2m^2\leq 2 \Leftrightarrow m^2\leq 1 \Rightarrow m=0 \vee m=1$ (do $m\in\mathbb{N}$).

- Với $m=0$. ta có $-2\leq n\leq 0 \Rightarrow n=0$ (do $n\in\mathbb{N}$).
- Với $m=1$ ta có $n=-1$, vô lý do $n\in\mathbb{N}$.

Vậy $(m,n)=(0,0)$.