

A. Phần trắc nghiệm

Câu 1. Cho bốn điểm bất kỳ A, B, C, D . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} = \vec{DA}$.

B. $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{CD} + \vec{DA}$.

C. $\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{AD} + \vec{CB}$.

D. $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{DC} + \vec{BC}$.

Câu 2. Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm là điểm I . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\vec{AB} + \vec{IA} = \vec{BI}$.

B. $\vec{IB} + \vec{ID} = \vec{BD}$.

C. $\vec{AB} + \vec{BD} = \vec{0}$.

D. $\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{0}$.

Câu 3. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3, AC = 4$. Tính độ dài của vectơ $\vec{CB} + \vec{AB}$.

A. 4.

B. $\sqrt{13}$.

C. $2\sqrt{13}$.

D. 2.

Câu 4. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tính $|\vec{AD} + 3\vec{AB}|$ theo a .

A. $a\sqrt{10}$.

B. $2a\sqrt{2}$.

C. $2a\sqrt{3}$.

D. $3a$.

Câu 5. Cho tam giác ABC đều cạnh a , M là trung điểm của BC . Tính $|\vec{MA} + 3\vec{MB} + \vec{MC}|$ theo a .

A. $2a$.

B. $\frac{a\sqrt{7}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{7}}{4}$.

D. $a\sqrt{2}$.

Câu 6. Cho tam giác ABC và D là điểm thuộc cạnh BC sao cho $DC = 2DB$. Nếu $\vec{AD} = m\vec{AB} + n\vec{AC}$ thì m và n có giá trị bằng bao nhiêu?

A. $m = -\frac{2}{3}; n = \frac{1}{3}$.

B. $m = -\frac{2}{3}; n = -\frac{1}{3}$.

C. $m = -\frac{1}{3}; n = \frac{2}{3}$.

D. $m = \frac{2}{3}; n = \frac{1}{3}$.

Câu 7. Cho tam giác ABC đều cạnh a có G là trọng tâm. Tính $|\vec{AB} - \vec{GC}|$ theo a .

A. $\frac{a}{3}$.

B. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{2a}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 8. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hai vectơ cùng phương với một vectơ thứ ba khác $\vec{0}$ thì cùng phương với nhau.

B. Hai vectơ khác $\vec{0}$ cùng phương với nhau thì cùng hướng với nhau.

C. Hai vectơ được gọi là bằng nhau nếu chúng có độ dài bằng nhau.

D. Nếu bốn điểm A, B, C, D thỏa $\vec{AB} = \vec{DC}$ thì $ABCD$ là một hình bình hành.

Câu 9. Có nhiều nhất bao nhiêu vectơ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của tam giác ABC cho trước?

A. 3.

B. 6.

C. 9.

D. 12.

Câu 10. Cho tam giác đều ABC cạnh bằng a và điểm M di động trên đường thẳng AB . Tính độ dài nhỏ nhất của vectơ $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}$.

A. a .

B. 0.

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 11. Cho ba điểm A, B, C phân biệt. Xét các phát biểu sau:

(1). Điều kiện cần và đủ để C là trung điểm của đoạn thẳng AB là $\vec{BA} = -2\vec{AC}$.

(2). Điều kiện cần và đủ để C là trung điểm của đoạn thẳng AB là $\vec{CB} = \vec{CA}$.

(3). Điều kiện cần và đủ để C là trung điểm của đoạn thẳng AB là $\vec{AC} + \vec{BC} = \vec{0}$.

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Chỉ có câu (3) sai.

B. Không có câu nào sai.

C. Câu (1) và câu (3) đúng.

D. Câu (1) sai.

Câu 12. Cho tam giác ABC . Có bao nhiêu điểm M thỏa mãn điều kiện $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 1$.

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. Vô số.

Câu 13. Cho hai vector \vec{a} và \vec{b} không cùng phương. Hai vector nào sau đây cùng phương với nhau?

A. $\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$ và $\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$.

B. $-3\vec{a} + \vec{b}$ và $-\frac{1}{2}\vec{a} + 100\vec{b}$.

C. $\frac{1}{2}\vec{a} + \sqrt{2}\vec{b}$ và $\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$.

D. $-\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$ và $\vec{a} - 2\vec{b}$.

Câu 14. Cho tam giác đều ABC cạnh bằng a . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

B. $|\overrightarrow{AC}| = \overrightarrow{BC}$.

C. $|\overrightarrow{AB}| = a$.

D. $\overrightarrow{AC} = a$.

Câu 15. Cho hai điểm phân biệt A, B và I là trung điểm của đoạn thẳng AB . Tìm tập hợp các điểm M thỏa

mãn điều kiện $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$.

A. Trung trực của AB .

B. Đường tròn đường kính AB .

C. Đường tròn tâm I , bán kính AB .

D. Nửa đường tròn đường kính AB .

Câu 16. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Khi đó $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$ bằng vector nào?

A. \overrightarrow{AB} .

B. \overrightarrow{CD} .

C. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB}$.

D. $\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OD}$.

Câu 17. Khẳng định nào sau đây **không phải** điều kiện cần và đủ để G là trọng tâm tam giác ABC , với M là trung điểm của BC và O là điểm bất kỳ?

A. $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OG}$.

C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{GM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{GA}$.

Câu 18. Cho tứ giác $ABCD$. Điểm M thuộc đoạn AB , N thuộc đoạn CD và thỏa mãn $\frac{MA}{MB} = \frac{ND}{NC} = 4$.

Khẳng định nào sau đây là đúng khi phân tích \overrightarrow{MN} theo hai vector \overrightarrow{AD} và \overrightarrow{BC} ?

A. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AD} + \frac{4}{5}\overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AD} - \frac{4}{5}\overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD} + \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$.

D. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD} - \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$.

Câu 19. Cho bốn điểm bất kỳ A, B, C, D . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DA}$.

B. $\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CD}$.

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$.

D. $\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{BA}$.

Câu 20. Khẳng định nào sau đây là điều kiện cần và đủ để ba điểm A, B, C phân biệt thẳng hàng?

A. $\exists k \in \mathbb{R} : \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$.

B. $\forall M : \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MC}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

B. Phần tự luận

Bài 1 (1 điểm). Cho tam giác ABC có I là trung điểm của BC và G là trọng tâm. Gọi D và E là hai điểm xác định bởi $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$. Hãy phân tích các vector \overrightarrow{DE} , \overrightarrow{DG} theo hai vector \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} .

Chứng minh ba điểm D, G, E thẳng hàng.

Bài 2 (1 điểm). Cho tam giác ABC , M là trung điểm của AB , N là một điểm trên cạnh AC sao cho

$CN = 2NA$. Gọi K là trung điểm của MN , D là trung điểm của BC . Chứng minh $\overrightarrow{KD} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

--- Hết ---