

## HOÁN VỊ - CHỈNH HỢP – TỔ HỢP (31-5-2021)

### KIẾN THỨC CẦN NHỚ:

#### 1. Giai thừa

##### ✪ Định nghĩa:

- Với mọi số tự nhiên dương  $n$ , tích  $1.2.3\dots n$  được gọi là  $n$  - giai thừa và kí hiệu  $n!$ .

Vậy  $n! = 1.2.3\dots n$ .

Ta quy ước  $0! = 1$ .

##### ✪ Tính chất:

$$* n! = n(n-1)!$$

$$* n! = n(n-1)(n-2)\dots(n-k-1).k!$$

#### 2. Hoán vị.

##### ✪ Định nghĩa:

- Cho tập  $A$  gồm  $n$  phần tử ( $n \geq 1$ ). Mỗi cách sắp xếp  $n$  phần tử này theo một thứ tự ta được một hoán vị các phần tử của tập  $A$ .

- Kí hiệu số hoán vị của  $n$  phần tử là  $P_n$ .

##### ✪ Số hoán vị của tập $n$ phần tử:

- Định lí: Ta có  $P_n = n!$

#### 3. Chỉnh hợp.

- Định nghĩa: Cho tập  $A$  gồm  $n$  phần tử và số nguyên  $k$  với  $1 \leq k \leq n$ . Khi lấy  $k$  phần tử của  $A$  và sắp xếp chúng theo một thứ tự ta được một chỉnh hợp chập  $k$  của  $n$  phần tử của  $A$ .

##### ✪ Số chỉnh hợp

Kí hiệu  $A_n^k$  là số chỉnh hợp chập  $k$  của  $n$  phần tử

- Định lí: Ta có  $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ .

#### 4. Tổ hợp.

##### ✪ Định nghĩa:

- Cho tập  $A$  có  $n$  phần tử và số nguyên  $k$  với  $0 \leq k \leq n$ . Mỗi tập con của  $A$  có  $k$  phần tử được gọi là một tổ hợp chập  $k$  của  $n$  phần tử của  $A$ .

##### ✪ Số tổ hợp

- Kí hiệu  $C_n^k$  là số tổ hợp chập  $k$  của  $n$  phần tử.

- Định lí: Ta có:  $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$ .

## II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

- Đếm số các hoán vị.
- Đếm số các chỉnh hợp.

- Đếm số các tổ hợp.
- Các bài toán liên quan.
- ...

## BÀI TẬP MẪU

**(ĐỀ MINH HỌA BDG 2020-2021)** Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh từ một nhóm có 5 học sinh?

- A.  $5!$ .                                      B.  $A_5^3$ .                                      C.  $C_5^3$ .                                      D.  $5^3$ .

### Phân tích hướng dẫn giải

**1. DẠNG TOÁN:** Đây là dạng toán quy tắc đếm, cụ thể là quy tắc tổ hợp.

**2. HƯỚNG GIẢI:**

**B1:** Số cách chọn ra  $k$  phần tử từ một tập hợp có  $n$  phần tử là một tổ hợp chập  $k$  của  $n$ , ( $0 \leq k \leq n$ ).

**B2:** Số cách chọn là  $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ .

### Lời giải

#### Chọn C

Số cách chọn ra 3 học sinh từ một nhóm có 5 học sinh là một tổ hợp chập 3 của 5.

Số cách chọn là  $C_5^3$ .

### Bài tập tương tự

#### ↳ Mức độ 1

**Câu 1.** Cần chọn 3 người đi công tác từ một tổ có 30 người, khi đó số cách chọn là

- A.  $A_{30}^3$ .                                      B.  $3^{30}$ .                                      C. 10.                                      D.  $C_{30}^3$ .

**Câu 2.** Cho tập hợp  $A$  có 20 phần tử, số tập con có hai phần tử của  $A$  là

- A.  $2C_{20}^2$ .                                      B.  $2A_{20}^2$ .                                      C.  $C_{20}^2$ .                                      D.  $A_{20}^2$ .

**Câu 3.** Có bao nhiêu đoạn thẳng được tạo thành từ 10 điểm phân biệt khác nhau trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng.

- A. 45.                                      B. 90.                                      C. 35.                                      D. 55.

**Câu 4.** Từ các số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm năm chữ số đôi một khác nhau.

- A. 60.                                      B. 10.                                      C. 120.                                      D. 125

**Câu 5.** Cho đa giác lồi  $n$  đỉnh ( $n > 3$ ). Số tam giác có 3 đỉnh là 3 đỉnh của đa giác đã cho là

- A.  $A_n^3$ .                                      B.  $C_n^3$ .                                      C.  $\frac{C_n^3}{3!}$ .                                      D.  $n!$ .

**Câu 6.** Một tổ có 10 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh từ tổ đó để giữ hai chức vụ tổ trưởng và tổ phó.

- A.  $A_{10}^2$ .                                      B.  $C_{10}^2$ .                                      C.  $A_{10}^8$ .                                      D.  $10^2$ .

**Câu 7.** Từ các số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau.

- A. 60.                                      B. 10.                                      C. 120.                                      D. 125

**Câu 8.** Giải bóng đá V-LEAGUE 2021 có tất cả 14 đội bóng tham gia, các đội bóng thi đấu vòng tròn 2 lượt. Hỏi giải đấu có tất cả bao nhiêu trận đấu?

- A. 182.                                      B. 91.                                      C. 196.                                      D. 140.

**Câu 9.** Có bao nhiêu cách chọn 5 cầu thủ từ 11 trong một đội bóng để thực hiện đá 5 quả luân lưu 11 m, theo thứ tự quả thứ nhất đến quả thứ năm.

- A.  $A_{11}^5$ .                      B.  $C_{11}^5$ .                      C.  $A_{11}^2 \cdot 5!$ .                      D.  $C_{10}^5$

**Câu 10.** Số vectơ khác  $\vec{0}$  có điểm đầu, điểm cuối là hai trong 6 đỉnh của lục giác  $ABCDEF$  là:

- A.  $P_6$ .                      B.  $C_6^2$ .                      C.  $A_6^2$ .                      D. 36.

↪ **Mức độ 2**

**Câu 1.** Cho các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5. Từ các chữ số đã cho lập được bao nhiêu số chẵn có bốn chữ số và các chữ số phải khác nhau.

- A. 160.                      B. 156.                      C. 752.                      D. 240.

**Câu 2.** Từ các chữ số 2, 3, 4 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 9 chữ số, trong đó chữ số 2 có mặt 2 lần, chữ số 3 có mặt 3 lần, chữ số 4 có mặt 4 lần?

- A. 1260.                      B. 40320.                      C. 120.                      D. 1728.

**Câu 3.** Một tổ có 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 6 học sinh đi lao động, trong đó có đúng 2 học sinh nam?

- A.  $C_6^2 + C_9^4$ .                      B.  $C_6^2 C_{13}^4$ .                      C.  $A_6^2 A_9^4$ .                      D.  $C_6^2 C_9^4$ .

**Câu 4.** Tính số cách chọn ra một nhóm 5 người từ 20 người sao cho trong nhóm đó có 1 tổ trưởng, 1 tổ phó và 3 thành viên còn lại có vai trò như nhau.

- A. 310080.                      B. 930240.                      C. 1860480.                      D. 15505.

**Câu 5.** Ngân hàng đề thi gồm 15 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau và 8 câu hỏi tự luận khác nhau. Hỏi có thể lập được bao nhiêu đề thi sao cho mỗi đề thi gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau và 4 câu hỏi tự luận khác nhau.

- A.  $C_{15}^{10} \cdot C_8^4$ .                      B.  $C_{15}^{10} + C_8^4$ .                      C.  $A_{15}^{10} \cdot A_8^4$ .                      D.  $A_{15}^{10} + A_8^4$ .

**Câu 6.** Đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12C. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn trong lễ bế giảng. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn?

- A. 120.                      B. 98.                      C. 150.                      D. 360.

**Câu 7.** Có bao nhiêu cách chia 8 đồ vật khác nhau cho 3 người sao cho có một người được 2 đồ vật và hai người còn lại mỗi người được ba đồ vật?

- A.  $3! C_8^2 C_6^3$ .                      B.  $C_8^2 C_6^3$ .                      C.  $A_8^2 A_6^3$ .                      D.  $3 C_8^2 C_6^3$ .

**Câu 8.** Cho số tự nhiên  $n$  thỏa mãn  $3C_{n+1}^3 - 3A_n^2 = 52(n-1)$ . Hỏi  $n$  gần với giá trị nào nhất:

- A. 11.                      B. 12.                      C. 10.                      D. 9.

**Câu 9.** Giải phương trình  $A_x^3 + C_x^{x-2} = 14x$ .

- A. Một số khác.                      B.  $x = 6$ .                      C.  $x = 5$ .                      D.  $x = 4$ .

**Câu 10.** Cho đa giác đều có  $n$  cạnh ( $n \geq 4$ ). Tìm  $n$  để đa giác có số đường chéo bằng số cạnh?

- A.  $n = 5$ .                      B.  $n = 16$ .                      C.  $n = 6$ .                      D.  $n = 8$ .

↪ **Mức độ 3**

**Câu 1.** Có bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau trong đó chứa các chữ số 3, 4, 5 và chữ số 4 đứng cạnh chữ số 3 và chữ số 5?

- A. 1470.                      B. 750.                      C. 2940.                      D. 1500.

**Câu 2.** Có bao nhiêu số tự nhiên có bảy chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 2 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 3.

- A. 3204 số.                      B. 249 số.                      C. 2942 số.                      D. 7440 số.

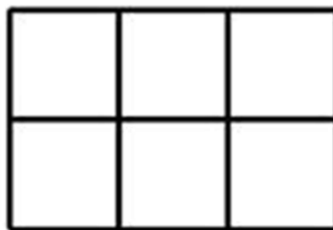
**Câu 3.** Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên mà mỗi số có 6 chữ số khác nhau và tổng các chữ số ở hàng chục, hàng trăm, hàng ngàn bằng 8.

- A. 1300.                      B. 1440.                      C. 1500.                      D. 1600.

- Câu 4.** Trong các số nguyên từ 100 đến 999, số các số mà các chữ số của nó tăng dần hoặc giảm dần (kể từ trái qua phải) bằng:  
**A.** 204.                      **B.** 120.                      **C.** 168.                      **D.** 240.
- Câu 5.** Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 7 chữ số, biết rằng chữ số 2 có mặt hai lần, chữ số ba có mặt ba lần và các chữ số còn lại có mặt nhiều nhất một lần?  
**A.** 26460.                      **B.** 27901.                      **C.** 11340.                      **D.** 26802
- Câu 6.** Cho đa giác đều  $A_1A_2A_3 \dots A_{30}$  nội tiếp trong đường tròn  $(O)$ . Tính số hình chữ nhật có các đỉnh là 4 trong 30 đỉnh của đa giác đó.  
**A.** 105.                      **B.** 27405.                      **C.** 27406.                      **D.** 106.
- Câu 7.** Có 10 đội bóng thi đấu theo thể thức vòng tròn một lượt, thắng được 3 điểm, hòa 1 điểm, thua 0 điểm. Kết thúc giải đấu, tổng cộng số điểm của tất cả 10 đội là 130. Hỏi có bao nhiêu trận hòa?  
**A.** 7.                      **B.** 8.                      **C.** 5.                      **D.** 6.
- Câu 8.** Trong một giải cờ vua gồm nam và nữ vận động viên. Mỗi vận động viên phải chơi hai ván với mỗi động viên còn lại. Cho biết có 2 vận động viên nữ và cho biết số ván các vận động viên nam chơi với nhau hơn số ván họ chơi với hai vận động viên nữ là 84. Hỏi số ván tất cả các vận động viên đã chơi?  
**A.** 168.                      **B.** 156.                      **C.** 132.                      **D.** 182.
- Câu 9.** Hai nhóm người cần mua nền nhà, nhóm thứ nhất có 2 người và họ muốn mua 2 nền kề nhau, nhóm thứ hai có 3 người và họ muốn mua 3 nền kề nhau. Họ tìm được một lô đất chia thành 7 nền đang rao bán (các nền như nhau và chưa có người mua). Tính số cách chọn nền của mỗi người thỏa yêu cầu trên.  
**A.** 144.                      **B.** 288.                      **C.** 140.                      **D.** 132
- Câu 10.** Một nhóm học sinh gồm 15 nam và 5 nữ. Người ta muốn chọn từ nhóm ra 5 người để lập thành một đội cờ đồ sao cho phải có 1 đội trưởng nam, 1 đội phó nam và có ít nhất 1 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách lập đội cờ đồ.  
**A.** 131444.                      **B.** 141666.                      **C.** 241561.                      **D.** 111300.

🔗 **Mức độ 4**

- Câu 1.** Bé Minh có một bảng hình chữ nhật gồm 6 hình vuông đơn vị, cố định không xoay như hình vẽ. Bé muốn dùng 3 màu để tô tất cả các cạnh của các hình vuông đơn vị, mỗi cạnh tô một lần sao cho mỗi hình vuông đơn vị được tô bởi đúng 2 màu, trong đó mỗi màu tô đúng 2 cạnh. Hỏi bé Minh có tất cả bao nhiêu cách tô màu bảng?



- A.** 4374.                      **B.** 139968.                      **C.** 576.                      **D.** 15552.
- Câu 2.** Trong mặt phẳng cho  $n$  điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng và trong tất cả các đường thẳng nối hai điểm bất kì, không có hai đường thẳng nào song song, trùng nhau hoặc vuông góc. Qua mỗi điểm vẽ các đường thẳng vuông góc với các đường thẳng được xác định bởi 2 trong  $n-1$  điểm còn lại. Số giao điểm của các đường thẳng vuông góc giao nhau là bao nhiêu?  
**A.**  $2C_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}}^2 - [n(C_{n-1}^2 - 1) + 5C_n^3]$ .                      **B.**  $C_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}}^2 - 2[n(C_{n-1}^2 - 1) + 5C_n^3]$ .

$$\text{C. } 3C_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}}^2 - 2[n(C_{n-1}^2 - 1) + 5C_n^3]. \quad \text{D. } C_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}}^2 - [n(C_{n-1}^2 - 1) + 5C_n^3].$$

**Câu 3.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , ở góc phần tư thứ nhất ta lấy 2 điểm phân biệt; cứ thế ở các góc phần tư thứ hai, thứ ba, thứ tư lần lượt lấy 3, 4, 5 điểm phân biệt (các điểm không nằm trên các trục tọa độ). Trong 14 điểm đó ta lấy 2 điểm bất kỳ và nối chúng lại, hỏi có bao nhiêu đoạn thẳng cắt hai trục tọa độ, biết đoạn thẳng nối 2 điểm bất kì không qua  $O$ .

$$\text{A. } 91. \quad \text{B. } 42. \quad \text{C. } 29. \quad \text{D. } 23.$$

**Câu 4.** Hỏi có tất cả bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 9 mà mỗi số gồm 2011 chữ số và trong đó có ít nhất hai chữ số 9?

$$\text{A. } 10^{2010} - 16151 \cdot 9^{2008}. \quad \text{B. } 10^{2010} - 16153 \cdot 9^{2008}. \\ \text{C. } 10^{2010} - 16148 \cdot 9^{2008}. \quad \text{D. } 10^{2010} - 16161 \cdot 9^{2008}.$$

**Câu 5.** Có bao nhiêu số tự nhiên có 2018 chữ số sao cho trong mỗi số tổng các chữ số bằng 5?

$$\text{A. } 1 + 2A_{2018}^2 + 2(C_{2017}^2 + A_{2017}^2) + (C_{2017}^3 + A_{2017}^3) + C_{2017}^4. \\ \text{B. } 1 + 2C_{2018}^2 + 2C_{2018}^3 + C_{2018}^4 + C_{2018}^5. \\ \text{C. } 1 + 2A_{2018}^2 + 2A_{2018}^3 + A_{2018}^4 + C_{2017}^5. \\ \text{D. } 1 + 4C_{2017}^1 + 2(C_{2017}^2 + A_{2017}^2) + (C_{2017}^3 + A_{2016}^2 + C_{2016}^2) + C_{2017}^4.$$

**Câu 6.** Cho tập  $A = \{1; 2; 3; \dots; 2018\}$  và các số  $a, b, c \in A$ . Hỏi có bao nhiêu số tự nhiên có dạng  $abc$  sao cho  $a < b < c$  và  $a + b + c = 2016$ .

$$\text{A. } 2027070. \quad \text{B. } 2026086. \quad \text{C. } 337681. \quad \text{D. } 20270100.$$

**Câu 7.** Cho đa giác đều 2018 đỉnh. Hỏi có bao nhiêu tam giác có đỉnh là đỉnh của đa giác và có một góc lớn hơn  $100^\circ$ ?

$$\text{A. } 2018 \cdot C_{897}^3. \quad \text{B. } C_{1009}^3. \quad \text{C. } 2018 \cdot C_{895}^3. \quad \text{D. } 2018 \cdot C_{896}^3.$$

**Câu 8.** Tìm số tự nhiên  $n$  thỏa mãn  $\frac{C_n^0}{1 \cdot 2} + \frac{C_n^1}{2 \cdot 3} + \frac{C_n^2}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{C_n^n}{(n+1)(n+2)} = \frac{2^{100} - n - 3}{(n+1)(n+2)}$ .

$$\text{A. } n = 101. \quad \text{B. } n = 98. \quad \text{C. } n = 99. \quad \text{D. } n = 100.$$

**Câu 9.** Với  $n$  là số tự nhiên lớn hơn 2, đặt  $S_n = \frac{1}{C_3^3} + \frac{1}{C_4^3} + \frac{1}{C_5^3} + \dots + \frac{1}{C_n^3}$ . Tính  $\lim S_n$

$$\text{A. } 1. \quad \text{B. } \frac{3}{2}. \quad \text{C. } 3. \quad \text{D. } \frac{1}{3}.$$

**Câu 10.** Xét một bảng ô vuông gồm  $4 \times 4$  ô vuông. Người ta điền vào mỗi ô vuông đó một trong hai số 1 hoặc  $-1$  sao cho tổng các số trong mỗi hàng và tổng các số trong mỗi cột đều bằng 0. Hỏi có bao nhiêu cách?

$$\text{A. } 72. \quad \text{B. } 90. \quad \text{C. } 80. \quad \text{D. } 144.$$