ĐỀ ÔN TẬP HK2 – LỚP 11

ĐỀ 01

Câu 1 *(3,0 điểm)* Tính các giới hạn sau:

a) $\lim \dfrac{2n+1}{n+2}$. b) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{4x^2+2x+3}-2x\right)$. c) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{3x+1}-2}{x-1}$.

Câu 2 *(2,0 điểm)*

a) Cho hàm số $f(x)=\cos 2x-2\sin x$. Giải phương trình $f'(x)=0$.

b) Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết tiếp tuyến này song song với đường thẳng $d: y=-5x+2$.

Câu 3 *(1,0 điểm)* Cho hàm số $f(x)=\dfrac{1}{1+|x|}$. Chứng minh rằng hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x_0=0$ nhưng không có đạo hàm tại điểm này.

Câu 4 *(3,0 điểm)* Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C. Gọi H, I lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC. Biết rằng SH vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $AB=SH=a$.

a) Chứng minh đường thẳng CH vuông góc với mặt phẳng (SAB).

b) Chứng minh mặt phẳng (SHI) vuông góc với mặt phẳng (SAC).

c) Tính cosin góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC).

Câu 5 *(1,0 điểm)* Với số tự nhiên $m\ge 2$, gọi a_m là hệ số của x trong khai triển $\left(3+\sqrt{x}\right)^m$. Tìm giá trị của số tự nhiên $n\ge 2$ sao cho $\dfrac{3^2}{a_2}+\dfrac{3^3}{a_3}+\dfrac{3^4}{a_4}+...+\dfrac{3^n}{a_n}=16$.

ĐỀ 02

Câu 1 *(2,0 điểm)* Tính các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{3x^2+2\sqrt[3]{x}-5}{x-1}$. b) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\left(x^2+2016\right)\sqrt{x+1}-2016}{x^3+2x}$.

Câu 2 *(1,0 điểm)* Tìm giá trị của a để hàm số sau liên tục tại $x_o=1$:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+3}-2}{2x^2-3x+1} & \text{khi } x<1\\ -2a+7 & \text{khi } x\ge 1\end{cases}.$$

Câu 3 *(2,0 điểm)*

a) Cho hàm số $f(x)=\cos^3\sqrt{3x^2-2\pi x}$. Tính $f'(\pi)$.

b) Cho hàm số $y=\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)^{10}$. Chứng minh rằng $100y=y''\left(1+x^2\right)+y'x$.

Câu 4 *(1,0 điểm)* Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{-x+2}$ có đồ thị là (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C), biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: 3x-y-2016=0$.

Câu 5 *(3,0 điểm)* Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Tam giác SAB đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $(ABCD)$. Gọi H là trung điểm AB.

a) Chứng minh $SH\perp(ABCD)$.

b) Tính số đo góc giữa SD và $(ABCD)$.

c) Tính khoảng cách từ A đến (SCD).

Câu 6 *(1,0 điểm)* Giả sử phương trình $ax^2+(b+c)x+d+e=0$ có một nghiệm không nhỏ hơn 1. Chứng minh phương trình $ax^4+bx^3+cx^2+dx+e=0$ luôn có nghiệm.

ĐÁP ÁN
ĐỀ 01

HƯỚNG DẪN VÀ ĐÁP SỐ

Câu 1 *(3,0 điểm)* Tính các giới hạn sau:

a) $\lim \dfrac{2n+1}{n+2}$. b) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{4x^2+2x+3}-2x\right)$. c) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{3x+1}-2}{x-1}$.

a) Ta có $\lim \dfrac{2n+1}{n+2}=\lim \dfrac{n\left(2+\dfrac{1}{n}\right)}{n\left(1+\dfrac{2}{n}\right)}=\lim \dfrac{2+\dfrac{1}{n}}{1+\dfrac{2}{n}}=2.$

Vậy $\lim \dfrac{2n+1}{n+2}=2.$

b) Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{4x^2+2x+3}-2x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+3}{\sqrt{4x^2+2x+3}+2x}$

$$=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+3}{\sqrt{x^2\left(4x+\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{x^2}\right)}+2x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+3}{|x|\sqrt{\left(4x+\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{x^2}\right)}+2x}$$

$$=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+3}{x\sqrt{\left(4x+\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{x^2}\right)}+2x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x\left(2+\dfrac{3}{x}\right)}{x\left(\sqrt{4+\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{x^2}}+2\right)}$$

$$=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2+\dfrac{3}{x}}{\sqrt{4+\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{x^2}}+2}=\dfrac{1}{2}.$$

Vậy $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{4x^2+2x+3}-2x\right)=\dfrac{1}{2}.$

c) Ta có $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{3x+1}-2}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3(x-1)}{(x-1)\left(\sqrt{3x+1}+2\right)}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3}{\sqrt{3x+1}+2}=\dfrac{3}{4}.$

Vậy $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{3x+1}-2}{x-1}=\dfrac{3}{4}.$

Câu 2 *(2,0 điểm)*

a) Cho hàm số $f(x)=\cos 2x-2\sin x$. Giải phương trình $f'(x)=0$.

b) Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết tiếp tuyến này song song với đường thẳng $d: y=-5x+2$.

a) Ta có $f'(x)=-2\sin 2x-2\cos x$.

Xét phương trình $f'(x)=0\Leftrightarrow -2\sin 2x-2\cos x=0\Leftrightarrow \sin 2x+\cos x=0$.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Phương trình tương đương với $\cos x(2\sin x+1)=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=0 \\ 2\sin x+1=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\dfrac{7\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right. \quad (k\in\mathbb{Z}).$$

Vậy phương trình $f'(x)=0$ có nghiệm $x=\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi;\ -\dfrac{\pi}{6}+k2\pi;\ \dfrac{7\pi}{6}+k2\pi\right\}$.

b) Gọi $M\left(x_o;\dfrac{2x_0+1}{x_0-2}\right)$ với $x_o\neq 2$ là tọa độ tiếp điểm.

Ta có $y'=\dfrac{-5}{(x-2)^2}$, suy ra hệ số góc của tiếp tuyến là $k=y'(x_0)=\dfrac{-5}{(x_o-2)^2}$.

Đường thẳng $d: y=-5x+2$ có hệ số góc bằng -5.

Yêu cầu bài toán: $\Leftrightarrow \dfrac{-5}{(x_o-2)^2}=-5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x_o=1 \\ x_o=3\end{array}\right.$.

Với $x_o=1$, suy ra $M(1;-3)$. Phương trình tiếp tuyến $\Delta: y=-5x+2$: loại.

Với $x_o=3$, suy ra $M(1;7)$. Phương trình tiếp tuyến $\Delta: y=-5x+22$: thỏa.

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm $\Delta: y=-5x+22$.

Câu 3 *(1,0 điểm)* Cho hàm số $f(x)=\dfrac{1}{1+|x|}$. Chứng minh rằng hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x_0=0$ nhưng không có đạo hàm tại điểm này.

- TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

  Ta có $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{1+|x|}=1$ và $f(0)=1$.

  Suy ra $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=f(0)$.

  Vậy hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x_o=0$.

- Ta lại có

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\to 0^+}\frac{\frac{1}{1+|x|}-1}{x}=\lim_{x\to 0^+}\frac{-x}{x(1+x)}=\lim_{x\to 0^+}\frac{-1}{1+x}=-1;$$

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\to 0^-}\frac{\frac{1}{1+|x|}-1}{x}=\lim_{x\to 0^-}\frac{-x}{x(1-x)}=\lim_{x\to 0^-}\frac{1}{1-x}=1$$

  Do đó $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{f(x)-f(0)}{x-0}\neq\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{f(x)-f(0)}{x-0}$ nên không tồn tại $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-f(0)}{x-0}$.

  Vậy hàm số $f(x)$ không có đạo hàm tại điểm $x_o=0$.

Câu 4 *(3,0 điểm)* Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C. Gọi H, I lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC. Biết rằng SH vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $AB=SH=a$.

a) Chứng minh đường thẳng CH vuông góc với mặt phẳng (SAB).

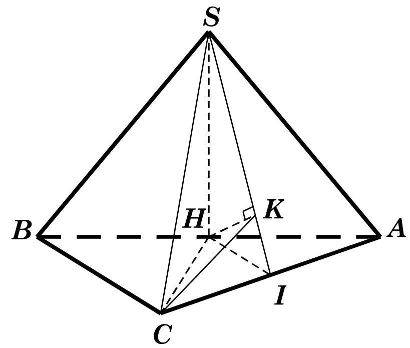
b) Chứng minh mặt phẳng (SHI) vuông góc với mặt phẳng (SAC).

c) Tính cosin góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC).

a) Ta có $SH \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp CH$. (1)

Tam giác ABC cân tại C nên $CH \perp AB$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra $CH \perp (SAB)$.



b) Ta có $\begin{cases} HI \parallel BC \\ BC \perp AC \end{cases} \Rightarrow HI \perp AC$. (3)

Mặt khác $AC \perp SH$ (do $SH \perp (ABC)$). (4)

Từ (3) và (4), suy ra $AC \perp (SHI)$. Vì $AC \subset (SAC)$ nên $(SHI) \perp (SAC)$.

c) Kẻ $HK \perp SI$ $(K \in SI)$.

Theo chứng minh câu b), ta có $AC \perp (SHI) \Rightarrow AC \perp HK$.

Từ đó suy ra $HK \perp (SAC)$.

Vì $\begin{cases} HK \perp (SAC) \\ HC \perp (SAB) \end{cases}$ nên góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SAB) bằng góc giữa hai đường thẳng HK và HC.

Xét tam giác CHK vuông tại K, có

$$CH = \frac{1}{2}AB = \frac{a}{2};\ \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HI^2} \Rightarrow HK = \frac{a}{3}.$$

Do đó $\cos\widehat{CHK} = \frac{HK}{CH} = \frac{2}{3}$.

Vậy cosin góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SAB) bằng $\frac{2}{3}$.

Nhận xét. Bài làm câu c) sử dụng lý thuyết " $\begin{cases} d_1 \perp (\alpha) \\ d_2 \perp (\beta) \end{cases} \Rightarrow \widehat{(\alpha),(\beta)} = \widehat{d_1, d_2}$ ". *Nếu ta sử dụng lý thuyết quen thuộc* "*góc giữa hai mặt phẳng bằng góc giữa hai đường thẳng lần lượt nằm trong hai mặt phẳng và cùng vuông góc với giao tuyến*" *thì rất khó.*

Câu 5 *(1,0 điểm)* Với số tự nhiên $m \geq 2$, gọi a_m là hệ số của x trong khai triển $\left(3+\sqrt{x}\right)^m$. Tìm giá trị của số tự nhiên $n \geq 2$ sao cho $\frac{3^2}{a_2} + \frac{3^3}{a_3} + \frac{3^4}{a_4} + \ldots + \frac{3^n}{a_n} = 16.$

Theo khai triển nhị thức Niutơn, ta có $\left(3+\sqrt{x}\right)^m = \sum_{k=0}^{m} C_m^k 3^{m-k}\left(\sqrt{x}\right)^k = \sum_{k=0}^{m} C_m^k 3^{m-k} x^{\frac{k}{2}}$.

Số hạng chứa x tương ứng với $\frac{k}{2} = 1 \Leftrightarrow k = 2$.

Suy ra hệ số chứa x là $a_m = C_m^2 3^{m-2}$ $(m \in \mathbb{N},\ m \geq 2)$.

Suy ra $a_2 = 1,\ a_3 = C_3^2.3,\ a_4 = C_4^2.3^2, \ldots,\ a_n = C_n^2.3^{n-2}$.

Khi đó $\frac{3^2}{a_2}+\frac{3^3}{a_3}+\frac{3^4}{a_4}+...+\frac{3^n}{a_n}=16 \Leftrightarrow 3^2.\left[\frac{2}{1.2}+\frac{2}{2.3}+\frac{2}{3.4}+...+\frac{2}{(n-1)n}\right]=16$

$$\Leftrightarrow 3^2.\left[\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+...+\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n}\right)\right]=8 \Leftrightarrow 1-\frac{1}{n}=\frac{8}{9} \Leftrightarrow n=9 .$$

Vậy $n=9$ là giá trị cần tìm.

ĐỀ 02

HƯỚNG DẪN VÀ ĐÁP SỐ

Câu 1 *(2,0 điểm)* Tính các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{3x^2+2\sqrt[3]{x}-5}{x-1}$. b) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\left(x^2+2016\right)\sqrt{x+1}-2016}{x^3+2x}$.

a) Ta có $\lim\limits_{x\to 1}\frac{3x^2+2\sqrt[3]{x}-5}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{3x^2-3+2\sqrt[3]{x}-2}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{3\left(x^2-1\right)}{x-1}+\lim\limits_{x\to 1}\frac{2\left(\sqrt[3]{x}-1\right)}{x-1}$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{3(x-1)(x+1)}{x-1}+\lim_{x\to 1}\frac{2\left(\sqrt[3]{x}-1\right)}{\left(\sqrt[3]{x}-1\right)\left(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1\right)}$$

$$=\lim_{x\to 1}3(x+1)+\lim_{x\to 1}\frac{2}{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1}=6+\frac{2}{3}=\frac{20}{3}.$$

Vậy $\lim\limits_{x\to 1}\frac{3x^2+2\sqrt[3]{x}-5}{x-1}=\frac{20}{3}$.

b) Ta có $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\left(x^2+2016\right)\sqrt{x+1}-2016}{x^3+2x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{x^2\sqrt{x+1}+2016\left(\sqrt{x+1}-1\right)}{x^3+2x}$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{x^2\sqrt{x+1}}{x^3+2x}+\lim_{x\to 0}\frac{2016\left(\sqrt{x+1}-1\right)}{x^3+2x}=\lim_{x\to 0}\frac{x^2\sqrt{x+1}}{x\left(x^2+2\right)}+\lim_{x\to 0}\frac{2016.x}{x\left(x^2+2\right)\left(\sqrt{x+1}+1\right)}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{x\sqrt{x+1}}{x^2+2}+\lim_{x\to 0}\frac{2016}{\left(x^2+2\right)\left(\sqrt{x+1}+1\right)}=0+\frac{2016}{4}=504.$$

Vậy $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\left(x^2+2016\right)\sqrt{x+1}-2016}{x^3+2x}=504.$

Câu 2 *(1,0 điểm)* Tìm giá trị của a để hàm số sau liên tục tại $x_o=1$:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{\sqrt{x+3}-2}{2x^2-3x+1} & \text{khi } x<1\\ -2a+7 & \text{khi } x\ge 1\end{cases}.$$

Ta có

- $f(-1)=-2a+7.$
- $\lim\limits_{x\to 1^+}f(x)=-2a+7$
- $\lim\limits_{x\to 1^-}f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}\frac{\sqrt{x+3}-2}{2x^2-3x+1}=\lim\limits_{x\to 1^-}\frac{x-1}{(x-1)(2x-1)\left(\sqrt{x+3}+2\right)}$

$$=\lim_{x\to 1^-}\frac{1}{(2x-1)\left(\sqrt{x+3}+2\right)}=\frac{1}{4}.$$

Để hàm số liên tục tại $x_o=1$ khi và chỉ khi

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^+} f(x) = f(x) \Leftrightarrow \frac{1}{4} = -2a+7 \Leftrightarrow a = \frac{27}{8}.$$

Vậy $a = \frac{27}{8}$ là giá trị cần tìm.

Câu 3 *(2,0 điểm)*

a) Cho hàm số $f(x) = \cos^3 \sqrt{3x^2 - 2\pi x}$. Tính $f'(\pi)$.

b) Cho hàm số $y = \left(x + \sqrt{1+x^2}\right)^{10}$. Chứng minh rằng $100y = y''\left(1+x^2\right) + y'x$.

a) Đạo hàm: $f'(x) = 3.\left(\cos\sqrt{3x^2 - 2\pi x}\right)'.\cos^2\sqrt{3x^2-2\pi x}$

$$= 3.\left(-\sqrt{3x^2-2\pi x}\right)'.\sin\sqrt{3x^2-2\pi x}.\cos^2\sqrt{3x^2-2\pi x}$$

$$= -3.\frac{\left(3x^2-2\pi x\right)'}{2.\sqrt{3x^2-2\pi x}}.\sin\sqrt{3x^2-2\pi x}.\cos^2\sqrt{3x^2-2\pi x}$$

$$= -3.\frac{(6x-2\pi)}{2.\sqrt{3x^2-2\pi x}}.\sin\sqrt{3x^2-2\pi x}.\cos^2\sqrt{3x^2-2\pi x}$$

$$= -3.\frac{(3x-\pi)}{\sqrt{3x^2-2\pi x}}.\sin\sqrt{3x^2-2\pi x}.\cos^2\sqrt{3x^2-2\pi x}.$$

Suy ra $f'(\pi) = 0$.

b) Ta có $y' = 10\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)'.\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)^9 = 10\left(1+\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right).\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)^9$

$$= 10\left(\frac{\sqrt{1+x^2}+x}{\sqrt{1+x^2}}\right).\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)^9 = 10.\frac{\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)^{10}}{\sqrt{1+x^2}} = \frac{10y}{\sqrt{1+x^2}};$$

$$y'' = \frac{10y'\left(1+x^2\right)-10yx}{\left(1+x^2\right)\left(\sqrt{1+x^2}\right)}.$$

Suy ra $y''\left(1+x^2\right) = \frac{10y'\left(1+x^2\right)-10yx}{\sqrt{1+x^2}} = 10.y'.\sqrt{1+x^2} - \frac{10y}{\sqrt{1+x^2}}.x$

$$= 10.\left(\frac{10y}{\sqrt{1+x^2}}\right).\sqrt{1+x^2} - y'.x = 100y - y'x.$$

Vậy $100y = y''\left(1+x^2\right) + y'x$.

Câu 4 *(1,0 điểm)* Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{-x+2}$ có đồ thị là (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C), biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: 3x - y - 2016 = 0$.

Gọi $M\left(x_0; \frac{2x_0-1}{-x_0+2}\right)$ là tọa độ tiếp điểm.

Ta có $y' = \frac{3}{(-x+2)^2}$, suy ra hệ số góc của tiếp tuyến là $k = y'(x_0) = \frac{3}{(-x_0+2)^2}$.

Ta có $3x - y - 2016 = 0 \Leftrightarrow y = 3x + 2016$ nên d có hệ số góc bằng 3.

Yêu cầu bài toán: $k=3 \Leftrightarrow \dfrac{3}{\left(-x_0+2\right)^2}=3 \Leftrightarrow \left(-x_0+2\right)^2=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=1 \\ x_0=3 \end{array}\right.$.

- Với $x_0=1$, suy ra $M(1;1)$ và $k=3$.

  Phương trình tiếp tuyến là $d: y=3(x-1)+1$ hay $d: y=3x-2$.
- Với $x_0=3$, suy ra $M(3;-5)$ và $k=3$.

  Phương trình tiếp tuyến là $d: y=3(x-3)-5$ hay $d: y=3x-14$.

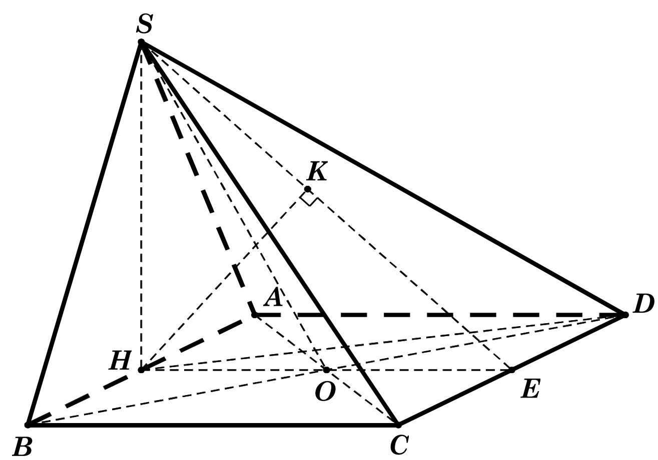
Vậy có hai phương trình tiếp tuyến cần tìm là $d: y=3x-2$ và $d: y=3x-14$.

Câu 5 *(4,0 điểm)* Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Tam giác SAB đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $(ABCD)$. Gọi H là trung điểm AB.

a) Chứng minh $SH \perp (ABCD)$.

b) Tính số đo góc giữa SD và $(ABCD)$.

c) Tính khoảng cách từ A đến (SCD).



a) Tam giác SAB đều và có H là trung điểm AB nên suy ra $SH \perp AB$.
Lại có $(SAB) \perp (ABCD)$ theo giao tuyến AB. Do đó $SH \perp (ABCD)$.

b) Vì $SH \perp (ABCD)$ nên hình chiếu vuông góc của SD trên mặt đáy $(ABCD)$ là HD.

Do đó $\widehat{SD,(ABCD)}=\widehat{(SD,HD)}=\widehat{SDH}$.

Trong tam giác vuông SHD, ta có $\tan\widehat{SDH}=\dfrac{SH}{DH}$.

- Tam giác SAB đều cạnh a nên $SH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.
- $HD=\sqrt{AH^2+AB^2}=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.

Suy ra $\tan\widehat{SDH}=\dfrac{SH}{DH}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{15}}{5}$.

Vậy SD hợp với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ một góc φ thỏa mãn $\tan\varphi=\dfrac{\sqrt{15}}{5}$.

c) Do $AH \parallel CD$ nên $d\left[A,(SCD)\right]=d\left[H,(SCD)\right]$.
Gọi E là trung điểm CD, suy ra $HE \perp CD$ và $HE=AD=a$.
Gọi K là hình chiếu vuông góc của H trên SE, suy ra $HK \perp SE$. $\quad(1)$

Ta có $\begin{cases} HE \perp CD \\ CD \perp SH \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SHE) \Rightarrow CD \perp HK$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra $HK \perp (SCD)$ nên $HK = d[H,(SCD)]$.

Trong tam giác vuông SHE, ta có $HK = \dfrac{SH.HE}{\sqrt{SH^2 + HE^2}} = \dfrac{a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$.

Vậy $d[A,(SCD)] = HK = \dfrac{a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$.

Câu 6 *(1,0 điểm)* Giả sử phương trình $ax^2 + (b+c)x + d + e = 0$ có một nghiệm không nhỏ hơn 1. Chứng minh phương trình $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$ luôn có nghiệm.

Giả sử $x_0 \geq 1$ là nghiệm của phương trình $ax^2 + (b+c)x + d + e = 0$.

Khi đó, ta có $ax_0^2 + cx_0 + e = -bx_0 - d$.

Đặt $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$.

Hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $\left[-\sqrt{x_0};\sqrt{x_0}\right]$.

Ta có

- $f\left(\sqrt{x_0}\right) = ax_0^2 + bx_0\sqrt{x_0} + cx_0 + d\sqrt{x_0} + e = \left(ax_0^2 + cx_0 + e\right) + \left(bx_0\sqrt{x_0} + d\sqrt{x_0}\right)$
  $= -bx_0 - d + \left(bx_0\sqrt{x_0} + d\sqrt{x_0}\right)$.
- $f\left(-\sqrt{x_0}\right) = ax_0^2 - bx_0\sqrt{x_0} + cx_0 - d\sqrt{x_0} + e = \left(ax_0^2 + cx_0 + e\right) - \left(bx_0\sqrt{x_0} + d\sqrt{x_0}\right)$
  $= -bx_0 - d - \left(bx_0\sqrt{x_0} + d\sqrt{x_0}\right)$.

Khi đó $f\left(\sqrt{x_0}\right).f\left(-\sqrt{x_0}\right) = \left[-bx_0 - d + \left(bx_0\sqrt{x_0} + d\sqrt{x_0}\right)\right].\left[-bx_0 - d - \left(bx_0\sqrt{x_0} + d\sqrt{x_0}\right)\right]$

$= (bx_0 + d)^2 - x_0(bx_0 + d)^2 \leq 0$ (do $x_0 \geq 1$).

Suy ra phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm trong đoạn $\left[-\sqrt{x_0};\sqrt{x_0}\right]$.

Vậy ta có điều cần chứng minh.