

MỘT SỐ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC THƯỜNG GẶP

29-7-2020

1) Phương trình bậc nhất đối với một hàm số lượng giác

Định nghĩa. Phương trình bậc nhất đối với một hàm số lượng giác là phương trình có dạng

$$at + b = 0$$

trong đó a, b là các hằng số ($a \neq 0$) và t là một hàm số lượng giác.

Cách giải. Chuyển về rồi chia hai vế phương trình cho a , ta đưa về phương trình lượng giác cơ bản.

2) Phương trình bậc nhất đối với $\sin x$ và $\cos x$

Định nghĩa. Phương trình bậc nhất đối với $\sin x$ và $\cos x$ là phương trình có dạng

$$a \sin x + b \cos x = c$$

Cách giải. Điều kiện để phương trình có nghiệm: $a^2 + b^2 \geq c^2$.

Chia hai vế phương trình cho $\sqrt{a^2 + b^2}$, ta được

$$\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sin x + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cos x = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

Do $\left(\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right)^2 + \left(\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right)^2 = 1$ nên đặt $\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \cos \alpha \longrightarrow \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sin \alpha$.

Khi đó phương trình trở thành

$$\cos \alpha \sin x + \sin \alpha \cos x = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Leftrightarrow \sin(x + \alpha) = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

3) Phương trình bậc hai đối với một hàm số lượng giác

Định nghĩa. Phương trình bậc hai đối với một hàm số lượng giác là phương trình có dạng

$$at^2 + bt + c = 0$$

trong đó a, b, c là các hằng số ($a \neq 0$) và t là một hàm số lượng giác.

Cách giải. Đặt biểu thức lượng giác làm ẩn phụ và đặt điều kiện cho ẩn phụ (nếu có) rồi giải phương trình theo ẩn phụ này. Cuối cùng, ta đưa về việc giải các phương trình lượng giác cơ bản.

4) Phương trình bậc hai đối với $\sin x$ và $\cos x$

Định nghĩa. Phương trình bậc hai đối với $\sin x$ và $\cos x$ là phương trình có dạng

$$a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0$$

Cách giải.

- Kiểm tra $\cos x = 0$ có là nghiệm của phương trình.
- Khi $\cos x \neq 0$, chia hai vế phương trình cho $\cos^2 x$ ta thu được phương trình

$$a \tan^2 x + b \tan x + c = 0.$$

Đây là phương trình bậc hai đối với $\tan x$ mà ta đã biết cách giải.

Đặc biệt. Phương trình dạng $a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = d$ ta làm như sau:

Phương trình $\Leftrightarrow a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = d.1$

$$\Leftrightarrow a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = d(\sin^2 x + \cos^2 x)$$

$$\Leftrightarrow (a-d)\sin^2 x + b \sin x \cos x + (c-d)\cos^2 x = 0.$$

5) Phương trình chứa $\sin x \pm \cos x$ và $\sin x \cdot \cos x$

Định nghĩa. Phương trình chứa $\sin x \pm \cos x$ và $\sin x \cdot \cos x$

$$a(\sin x \pm \cos x) + b \sin x \cos x + c = 0$$

Cách giải. Đặt $t = \sin x \pm \cos x$ (điều kiện $-\sqrt{2} \leq t \leq \sqrt{2}$)

Biểu diễn $\sin x \cdot \cos x$ theo t ta được phương trình cơ bản.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Vấn đề 1. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT ĐỐI VỚI MỘT HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Câu 1. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $2 \cos x - \sqrt{3} = 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\frac{5\pi}{6} \in S$. B. $\frac{11\pi}{6} \in S$. C. $\frac{13\pi}{6} \notin S$. D. $-\frac{13\pi}{6} \notin S$.

Câu 2. Hỏi $x = \frac{7\pi}{3}$ là một nghiệm của phương trình nào sau đây?

- A. $2 \sin x - \sqrt{3} = 0$. B. $2 \sin x + \sqrt{3} = 0$.
C. $2 \cos x - \sqrt{3} = 0$. D. $2 \cos x + \sqrt{3} = 0$.

Câu 3. Tìm nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $2 \sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) - 1 = 0$.

- A. $x = \frac{\pi}{4}$. B. $x = \frac{7\pi}{24}$. C. $x = \frac{\pi}{8}$. D. $x = \frac{\pi}{12}$.

Câu 4. Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình $\tan\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + \sqrt{3} = 0$ trên đường tròn lượng giác là?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 5. Hỏi trên đoạn $[0; 2018\pi]$, phương trình $\sqrt{3} \cot x - 3 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 6339. B. 6340. C. 2017. D. 2018.

Câu 6. Trong các phương trình sau, phương trình nào tương đương với phương trình $2 \cos^2 x = 1$?

- A. $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $2 \sin x + \sqrt{2} = 0$. C. $\tan x = 1$. D. $\tan^2 x = 1$.

Câu 7. Phương trình nào dưới đây có tập nghiệm trùng với tập nghiệm của phương trình $\tan^2 x = 3$?

- A. $\cos x = -\frac{1}{2}$. B. $4 \cos^2 x = 1$. C. $\cot x = \frac{1}{\sqrt{3}}$. D. $\cot x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 8. Giải phương trình $4 \sin^2 x = 3$.

- A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$. B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$.

$$\text{C. } \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{3} \\ k \neq 3\ell \end{cases} \quad (k, \ell \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{D. } \begin{cases} x = \frac{k\pi}{3} \\ k \neq 3\ell \end{cases} \quad (k, \ell \in \mathbb{Z}).$$

Câu 9. Trong các phương trình sau, phương trình nào tương đương với phương trình $3\sin^2 x = \cos^2 x$?

A. $\sin x = \frac{1}{2}$. B. $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\sin^2 x = \frac{3}{4}$. D. $\cot^2 x = 3$.

Câu 10. Với x thuộc $(0;1)$, hỏi phương trình $\cos^2(6\pi x) = \frac{3}{4}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 8. B. 10. C. 11. D. 12.

Câu 11. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sqrt{3}\cos x + m - 1 = 0$ có nghiệm?

A. 1. B. 2. C. 3. D. Vô số.

Câu 12. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2108; 2018]$ để phương trình $m\cos x + 1 = 0$ có nghiệm?

A. 2018. B. 2019. C. 4036. D. 4038.

Câu 13. Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $(m-2)\sin 2x = m+1$ nhận $x = \frac{\pi}{12}$ làm nghiệm.

A. $m \neq 2$. B. $m = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{\sqrt{3}-2}$. C. $m = -4$. D. $m = -1$.

Câu 14. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $(m+1)\sin x + 2 - m = 0$ có nghiệm.

A. $m \leq -1$. B. $m \geq \frac{1}{2}$. C. $-1 < m \leq \frac{1}{2}$. D. $m > -1$.

Câu 15. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $(m-2)\sin 2x = m+1$ vô nghiệm.

A. $m \in \left[\frac{1}{2}; 2\right]$. B. $m \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty)$.
C. $m \in \left(\frac{1}{2}; 2\right) \cup (2; +\infty)$. D. $m \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Vấn đề 2. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT ĐỐI VỚI $\sin x$ và $\cos x$

Câu 16. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $\cos 2x - \sin 2x = 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\frac{\pi}{4} \in S$. B. $\frac{\pi}{2} \in S$. C. $\frac{3\pi}{4} \in S$. D. $\frac{5\pi}{4} \in S$.

Câu 17. Số nghiệm của phương trình $\sin 2x + \sqrt{3}\cos 2x = \sqrt{3}$ trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ là?

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 18. Tính tổng T các nghiệm của phương trình $\cos^2 x - \sin 2x = \sqrt{2} + \sin^2 x$ trên khoảng $(0; 2\pi)$.

A. $T = \frac{7\pi}{8}$. B. $T = \frac{21\pi}{8}$. C. $T = \frac{11\pi}{4}$. D. $T = \frac{3\pi}{4}$.

Câu 19. Tìm nghiệm dương nhỏ nhất x_0 của $3\sin 3x - \sqrt{3}\cos 9x = 1 + 4\sin^3 3x$.

A. $x_0 = \frac{\pi}{2}$. B. $x_0 = \frac{\pi}{18}$. C. $x_0 = \frac{\pi}{24}$. D. $x_0 = \frac{\pi}{54}$.

Câu 20. Số nghiệm của phương trình $\sin 5x + \sqrt{3} \cos 5x = 2 \sin 7x$ trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ là?

A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 21. Giải phương trình $\sqrt{3} \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 2 \sin 2x$.

A. $\begin{cases} x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$. B. $\begin{cases} x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $\begin{cases} x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$. D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = -\frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 22. Gọi x_0 là nghiệm âm lớn nhất của $\sin 9x + \sqrt{3} \cos 7x = \sin 7x + \sqrt{3} \cos 9x$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $x_0 \in \left(-\frac{\pi}{12}; 0\right)$. B. $x_0 \in \left[-\frac{\pi}{6}; -\frac{\pi}{12}\right]$. C. $x_0 \in \left[-\frac{\pi}{3}; -\frac{\pi}{6}\right]$. D. $x_0 \in \left[-\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{3}\right]$.

Câu 23. Biến đổi phương trình $\cos 3x - \sin x = \sqrt{3}(\cos x - \sin 3x)$ về dạng $\sin(ax + b) = \sin(cx + d)$ với b, d thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. Tính $b + d$.

A. $b + d = \frac{\pi}{12}$. B. $b + d = \frac{\pi}{4}$. C. $b + d = -\frac{\pi}{3}$. D. $b + d = \frac{\pi}{2}$.

Câu 24. Giải phương trình $\frac{\cos x - \sqrt{3} \sin x}{\sin x - \frac{1}{2}} = 0$.

A. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{7\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 25. Hàm số $y = \frac{2 \sin 2x + \cos 2x}{\sin 2x - \cos 2x + 3}$ có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên?

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 26. Gọi x_0 là nghiệm dương nhỏ nhất của $\cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x + \sqrt{3} \sin x - \cos x = 2$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $x_0 \in \left(0; \frac{\pi}{12}\right)$. B. $x_0 \in \left[\frac{\pi}{12}; \frac{\pi}{6}\right]$. C. $x_0 \in \left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right]$. D. $x_0 \in \left[\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Câu 27. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10; 10]$ để phương trình

$\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3} \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 2m$ vô nghiệm.

A. 21. B. 20. C. 18. D. 9.

Câu 28. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\cos x + \sin x = \sqrt{2}(m^2 + 1)$ vô nghiệm.

- A. $m \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. B. $m \in [-1; 1]$.
C. $m \in (-\infty; +\infty)$ D. $m \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

Câu 29. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10; 10]$ để phương trình $(m+1)\sin x - m \cos x = 1 - m$ có nghiệm.

- A. 21. B. 20. C. 18. D. 11.

Câu 30. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2018; 2018]$ để phương trình $(m+1)\sin^2 x - \sin 2x + \cos 2x = 0$ có nghiệm.

- A. 4037. B. 4036. C. 2019. D. 2020.

Vấn đề 3. PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI ĐỐI VỚI MỘT HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Câu 31. Hỏi trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right)$, phương trình $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 32. Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình $2\cos^2 x + 5\cos x + 3 = 0$ trên đường tròn lượng giác là?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 33. Cho phương trình $\cot^2 3x - 3\cot 3x + 2 = 0$. Đặt $t = \cot x$, ta được phương trình nào sau đây?

- A. $t^2 - 3t + 2 = 0$. B. $3t^2 - 9t + 2 = 0$. C. $t^2 - 9t + 2 = 0$. D. $t^2 - 6t + 2 = 0$.

Câu 34. Số nghiệm của phương trình $4\sin^2 2x - 2(1 + \sqrt{2})\sin 2x + \sqrt{2} = 0$ trên $(0; \pi)$ là?

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 35. Số nghiệm của phương trình $\sin^2 2x - \cos 2x + 1 = 0$ trên đoạn $[-\pi; 4\pi]$ là?

- A. 2. B. 4. C. 6. D. 8.

Câu 36. Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $2\sin^2 \frac{x}{4} - 3\cos \frac{x}{4} = 0$ trên đoạn $[0; 8\pi]$.

- A. $T = 0$. B. $T = 8\pi$. C. $T = 16\pi$. D. $T = 4\pi$.

Câu 37. Số nghiệm của phương trình $\frac{1}{\sin^2 x} - (\sqrt{3} - 1)\cot x - (\sqrt{3} + 1) = 0$ trên $(0; \pi)$ là?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 38. Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $2\cos 2x + 2\cos x - \sqrt{2} = 0$ trên đoạn $[0; 3\pi]$.

- A. $T = \frac{17\pi}{4}$. B. $T = 2\pi$. C. $T = 4\pi$. D. $T = 6\pi$.

Câu 39. Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình $\cos 2x + 3\sin x + 4 = 0$ trên đường tròn lượng giác là?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 40. Cho phương trình $\cos x + \cos \frac{x}{2} + 1 = 0$. Nếu đặt $t = \cos \frac{x}{2}$, ta được phương trình nào sau đây?

A. $2t^2 + t = 0$. B. $-2t^2 + t + 1 = 0$. C. $2t^2 + t - 1 = 0$. D. $-2t^2 + t = 0$.

Câu 41. Số nghiệm của phương trình $\cos 2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 4 \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = \frac{5}{2}$ thuộc $[0; 2\pi]$ là?

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 42. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\tan x + m \cot x = 8$ có nghiệm.

A. $m > 16$. B. $m < 16$. C. $m \geq 16$. D. $m \leq 16$.

Câu 43. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\cos 2x - (2m + 1)\cos x + m + 1 = 0$ có nghiệm trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$.

A. $-1 \leq m \leq 0$. B. $-1 \leq m < 0$. C. $-1 < m < 0$. D. $-1 \leq m < \frac{1}{2}$.

Câu 44. Biết rằng khi $m = m_0$ thì phương trình $2 \sin^2 x - (5m + 1)\sin x + 2m^2 + 2m = 0$ có đúng 5 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 3\pi\right)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $m = -3$. B. $m = \frac{1}{2}$. C. $m_0 \in \left(\frac{3}{5}; \frac{7}{10}\right)$. D. $m_0 \in \left(-\frac{3}{5}; -\frac{2}{5}\right)$.

Câu 45. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $2 \cos^2 3x + (3 - 2m)\cos 3x + m - 2 = 0$ có đúng 3 nghiệm thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right)$.

A. $-1 \leq m \leq 1$. B. $1 < m \leq 2$. C. $1 \leq m \leq 2$. D. $1 \leq m < 2$.

Vấn đề 4. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT ĐỐI VỚI $\sin x$ và $\cos x$

Câu 46. Giải phương trình $\sin^2 x - (\sqrt{3} + 1)\sin x \cos x + \sqrt{3} \cos^2 x = 0$.

A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$ ($k \in \mathbb{Z}$).

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases}$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 47. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $2 \sin^2 x + 3\sqrt{3} \sin x \cos x - \cos^2 x = 2$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\left\{\frac{\pi}{3}; \pi\right\} \subset S$. B. $\left\{\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right\} \subset S$. C. $\left\{\frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{12}\right\} \subset S$. D. $\left\{\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{6}\right\} \subset S$.

Câu 48. Trong các phương trình sau, phương trình nào tương đương với phương trình $\sin^2 x - (\sqrt{3} + 1)\sin x \cos x + \sqrt{3} \cos^2 x = \sqrt{3}$.

A. $\sin x = 0$.

B. $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 1$.

C. $(\cos x - 1)\left(\tan x - \frac{\sqrt{3} + 1}{1 - \sqrt{3}}\right) = 0$.

D. $(\tan x + 2 + \sqrt{3})(\cos^2 x - 1) = 0$.

Câu 49. Phương trình nào dưới đây có tập nghiệm trùng với tập nghiệm của phương trình $\sin^2 x + \sqrt{3} \sin x \cos x = 1$?

A. $\cos x (\cot^2 x - 3) = 0$. B. $\sin \left(x + \frac{\pi}{2} \right) \cdot \left[\tan \left(x + \frac{\pi}{4} \right) - 2 - \sqrt{3} \right] = 0$.

C. $\left[\cos^2 \left(x + \frac{\pi}{2} \right) - 1 \right] \cdot (\tan x - \sqrt{3}) = 0$. D. $(\sin x - 1)(\cot x - \sqrt{3}) = 0$.

Câu 50. Cho phương trình $\cos^2 x - 3 \sin x \cos x + 1 = 0$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. $x = k\pi$ không là nghiệm của phương trình.
 B. Nếu chia hai vế của phương trình cho $\cos^2 x$ thì ta được phương trình $\tan^2 x - 3 \tan x + 2 = 0$.
 C. Nếu chia 2 vế của phương trình cho $\sin^2 x$ thì ta được phương trình $2 \cot^2 x + 3 \cot x + 1 = 0$.
 D. Phương trình đã cho tương đương với $\cos 2x - 3 \sin 2x + 3 = 0$.

Câu 51. Số vị trí biểu diễn các nghiệm phương trình $\sin^2 x - 4 \sin x \cos x + 4 \cos^2 x = 5$ trên đường tròn lượng giác là?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 52. Số nghiệm của phương trình $\cos^2 x - 3 \sin x \cos x + 2 \sin^2 x = 0$ trên $(-2\pi; 2\pi)$?

- A. 2. B. 4. C. 6. D. 8.

Câu 53. Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $4 \sin^2 x + 3\sqrt{3} \sin 2x - 2 \cos^2 x = 4$ là:

- A. $\frac{\pi}{12}$. B. $\frac{\pi}{6}$. C. $\frac{\pi}{4}$. D. $\frac{\pi}{3}$.

Câu 54. Cho phương trình $(\sqrt{2} - 1) \sin^2 x + \sin 2x + (\sqrt{2} + 1) \cos^2 x - \sqrt{2} = 0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $x = \frac{7\pi}{8}$ là một nghiệm của phương trình.
 B. Nếu chia hai vế của phương trình cho $\cos^2 x$ thì ta được phương trình $\tan^2 x - 2 \tan x - 1 = 0$.
 C. Nếu chia hai vế của phương trình cho $\sin^2 x$ thì ta được phương trình $\cot^2 x + 2 \cot x - 1 = 0$.
 D. Phương trình đã cho tương đương với $\cos 2x - \sin 2x = 1$.

Câu 55. Giải phương trình $2 \sin^2 x + (1 - \sqrt{3}) \sin x \cos x + (1 - \sqrt{3}) \cos^2 x = 1$.

- A. $-\frac{\pi}{6}$. B. $-\frac{\pi}{4}$. C. $-\frac{2\pi}{3}$. D. $-\frac{\pi}{12}$.

Câu 56. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10; 10]$ để phương trình $11 \sin^2 x + (m - 2) \sin 2x + 3 \cos^2 x = 2$ có nghiệm?

- A. 16. B. 21. C. 15. D. 6.

Câu 57. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc để phương trình $\sin^2 x - 2(m - 1) \sin x \cos x - (m - 1) \cos^2 x = m$ có nghiệm?

- A. 2. B. 1. C. 0. D. Vô số.

Câu 58. Tìm điều kiện để phương trình $a \sin^2 x + a \sin x \cos x + b \cos^2 x = 0$ với $a \neq 0$ có nghiệm.

- A. $a \geq 4b$. B. $a \leq -4b$. C. $\frac{4b}{a} \leq 1$. D. $\left| \frac{4b}{a} \right| \leq 1$.

Câu 59. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $2 \sin^2 x + m \sin 2x = 2m$ vô nghiệm.

- A. $0 \leq m \leq \frac{4}{3}$. B. $m < 0, m > \frac{4}{3}$. C. $0 < m < \frac{4}{3}$. D. $m < -\frac{4}{3}, m > 0$.

Câu 60. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-3;3]$ để phương trình $(m^2 + 2)\cos^2 x - 2m \sin 2x + 1 = 0$ có nghiệm.

- A. 3. B. 7. C. 6. D. 4.

Vấn đề 5. PHƯƠNG TRÌNH CHỨA $\sin x \pm \cos x$ và $\sin x \cos x$.

Câu 61. Giải phương trình $\sin x \cos x + 2(\sin x + \cos x) = 2$.

- A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi, & k \in \mathbb{Z}. \\ x = k\pi \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, & k \in \mathbb{Z}. \\ x = k2\pi \end{cases}$
- C. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, & k \in \mathbb{Z}. \\ x = k2\pi \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k\pi, & k \in \mathbb{Z}. \\ x = k\pi \end{cases}$

Câu 62. Cho phương trình $3\sqrt{2}(\sin x + \cos x) + 2 \sin 2x + 4 = 0$. Đặt $t = \sin x + \cos x$, ta được phương trình nào dưới đây?

- A. $2t^2 + 3\sqrt{2}t + 2 = 0$. B. $4t^2 + 3\sqrt{2}t + 4 = 0$.
- C. $2t^2 + 3\sqrt{2}t - 2 = 0$. D. $4t^2 + 3\sqrt{2}t - 4 = 0$.

Câu 63. Cho phương trình $5 \sin 2x + \sin x + \cos x + 6 = 0$. Trong các phương trình sau, phương trình nào tương đương với phương trình đã cho?

- A. $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
- C. $\tan x = 1$. D. $1 + \tan^2 x = 0$.

Câu 64. Nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\sin x + \cos x = 1 - \frac{1}{2} \sin 2x$ là:

- A. $-\frac{\pi}{2}$. B. $-\pi$. C. $-\frac{3\pi}{2}$. D. -2π .

Câu 65. Cho x thỏa mãn phương trình $\sin 2x + \sin x - \cos x = 1$. Tính $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

- A. $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$ hoặc $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1$. B. $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$ hoặc $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
- C. $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$ hoặc $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 66. Từ phương trình $5 \sin 2x - 16(\sin x - \cos x) + 16 = 0$, ta tìm được $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ có giá trị bằng:

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. 1. D. $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 67. Cho x thỏa mãn $6(\sin x - \cos x) + \sin x \cos x + 6 = 0$. Tính $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

- A. $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -1$. B. $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$.
- C. $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$. D. $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 68. Từ phương trình $(1 + \sqrt{3})(\cos x + \sin x) - 2 \sin x \cos x - \sqrt{3} - 1 = 0$, nếu ta đặt $t = \cos x + \sin x$ thì giá trị của t nhận được là:

- A. $t = 1$ hoặc $t = \sqrt{2}$. B. $t = 1$ hoặc $t = \sqrt{3}$.
 C. $t = 1$. D. $t = \sqrt{3}$.

Câu 69. Nếu $(1 + \sqrt{5})(\sin x - \cos x) + \sin 2x - 1 - \sqrt{5} = 0$ thì $\sin x$ bằng bao nhiêu?

- A. $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ hoặc $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.
 C. $\sin x = -1$ hoặc $\sin x = 0$. D. $\sin x = 0$ hoặc $\sin x = 1$.

Câu 70. Nếu $(1 + \sin x)(1 + \cos x) = 2$ thì $\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ bằng bao nhiêu?

- A. -1 . B. 1 . C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 71. Cho x thỏa mãn $2 \sin 2x - 3\sqrt{6}|\sin x + \cos x| + 8 = 0$. Tính $\sin 2x$.

- A. $\sin 2x = -\frac{1}{2}$. B. $\sin 2x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\sin 2x = \frac{1}{2}$. D. $\sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 72. Hỏi trên đoạn $[0; 2018\pi]$, phương trình $|\sin x - \cos x| + 4 \sin 2x = 1$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 4037. B. 4036. C. 2018. D. 2019.

Câu 73. Từ phương trình $\sqrt{2}(\sin x + \cos x) = \tan x + \cot x$, ta tìm được $\cos x$ có giá trị bằng:

- A. 1 . B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. -1 .

Câu 74. Từ phương trình $1 + \sin^3 x + \cos^3 x = \frac{3}{2} \sin 2x$, ta tìm được $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ có giá trị bằng:

- A. 1 . B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 75. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sin x \cos x - \sin x - \cos x + m = 0$ có nghiệm?

- A. 1 . B. 2 . C. 3 . D. 4 .